COLLEGE SSCC - Bikfaya

SV - SG.
Année 2023-2024

Maths

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;+\infty[$ par $f(x)=1-(x-1)^3$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Calculer $f(0), f(1), f(2), f(-1)$ *et* $f(3)$.

2) Calculer $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f.

3) Soit A le point de (C) d'abscisse 1. Ecrire une équation de la tangente (Δ) en A à (C).

4) Montrer que A est un point d'inflexion de (C).

5) Etudier, suivant les valeurs de x, la position relative de (C) et (Δ).

6) Montrer que A est un centre de symétrie de (C).

7) Construire (C) et (Δ).

8) Soit (D) la droite passant par A et de pente -1. Trouver les coordonnées des points d'intersections de (C) et (D).

9) a) Montrer que, sur $]-\infty;+\infty[$, f admet une fonction réciproque, notée g.

   b) Déterminer le domaine de définition de g.

   c) g est-elle dérivable en 1 ? Justifier votre réponse.

   d) Justifier que g est dérivable sur chacun des intervalles $]-\infty;1[$ *et* $]1;+\infty[$.

10) Déterminer $(C)\cap(C')$ où (C') est la courbe représentative de g dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

11) Tracer (C').

12) Trouver la forme explicite de g.

13) Montrer que (C') admet un centre de symétrie à déterminer.

14) a) Montrer que, sur $[1;+\infty[$, f' admet une fonction réciproque, notée h.

   b) Résoudre en x, $f'(1)<g(x)<h(-3)$.

BON TRAVAIL