Symétrie (Fonctions)

Définitions:

I étant un ensemble de réels , f une fonction numérique d'une variable réelle de domaine I et (C) une courbe dans le plan.

- I est dit centré en 0 lorsque : Pour tout x élément de I alors – x est élément de I.
- f est dite paire lorsque : a) I est centré en 0.
  b) $f(-x) = f(x)$
- f est dite impaire lorsque : a) I est centré en 0.
  b) $f(-x) = -f(x)$
- (C) admet une droite (u) comme axe de symétrie lorsque le symétrique de tout pt de (C) par rapport à (u) est un pt de (C) .
- (C) admet un point A comme centre de symétrie lorsque le symétrique de tout pt de (C) par rapport à A est un pt de (C) .

Théorème (admis)

f étant une fonction numérique d'une variable réelle de domaine I .
(C) est la courbe de f dans un repère orthonormé d'origine O et d'axes (x'x) et (y'y) .
alors

- f est paire sur I si et seulement si (y'y) est un axe de symétrie de (C)
- f est impaire sur I si et seulement si O est un centre de symétrie de (C).

- Si $f(2a - x) = f(x)$ ou $f(a - x) = f(a + x)$ sur I alors la droite (d): $x = a$ est un axe de symétrie de (C).
  Si $f(2a - x) = - f(x)$ sur I alors le point I(a ; 0) est un centre de symétrie de (C).
  Si $f(2a-x) + f(x) = 2b$ sur I alors le point A(a ; b) est un centre de symétrie de (C).

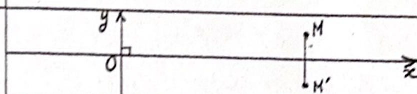
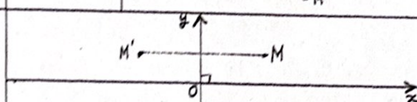
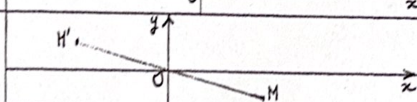
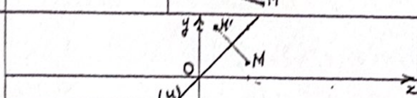
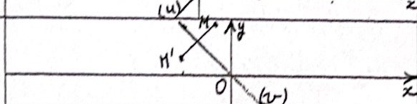
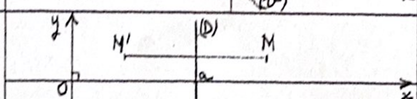
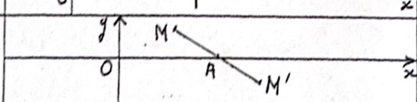
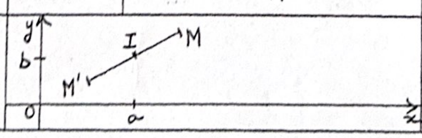
NB : La réciproque est vraie dans chaque cas à condition que les domaines soient bien précisés.

MATH - ANALYSE

Symétrie (Fonctions)

SV-SG

$(O,\vec{i},\vec{j})$ est un repère du plan d'axes (x'Ox , y'Oy)
M(x ; y) et M' (x' ; y') sont 2 points du plan .

M et M' sont symétriques par rapport à	Représentations	Relations entre les coordonnées	Exemples
L'axe (x' x)		**x' = x** **y' = - y**	
L'axe (y' y)		**x' = - x** **y' = y**	
L'origine O		**x' = - x** **y' = - y**	
La droite (u) d'équation : y = x 1ère bissectrice des axes		**x' = y** **y' = x**	
La droite (v) d'équation : y = - x 2ème bissectrice des axes		**x' = - y** **y' = - x**	
La droite (D) d'équation : x = a		**x' = 2 a - x** **y' = y**	
Le point A (a , 0)		**x' = 2 a - x** **y' = - y**	
Le point I (a ; b)		**x' = 2 a - x** **y' = 2 b - y**	

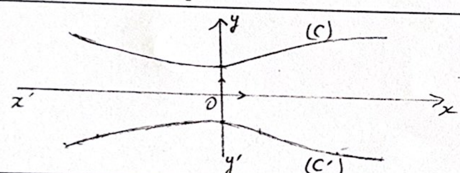
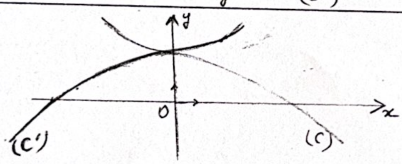
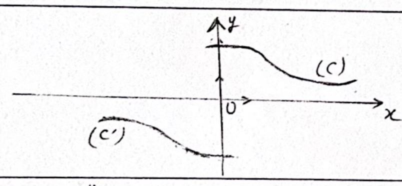
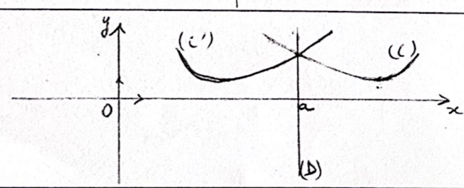
MATH - ANALYSE

Symétrie (Fonctions)

SV-SG

f et g sont des fonctions numériques d'1 variable réelle .
(C) : courbe de f ; Dom $f = I$
(C') : courbe de g ; Dom $g = J$

On suppose dans 1, 2 et 3 que: si $x \in I$ alors $-x \in J$
et dans 4 : si $x \in I$ alors $(2a - x) \in J$

		Représentations	Relations	Exemples
1	(C) et (C') symétriques par rapport à (x'x)		$g(x) = -f(x)$	
2	(C) et (C') symétriques par rapport à (y'y)		$g(-x) = f(x)$	
3	(C) et (C') symétriques par rapport à l'origine O.		$g(-x) = -f(x)$	
4	(C) et (C') symétriques par rapport à la droite (D) : $x = a$		$g(2a-x) = f(x)$	