

SSCC Bikhaya

MATH - ANALYSE

Symétrie (Fonctions)

SV-SG

Année 2023-2024

$(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère du plan d'axes $(x'Ox, y'Oy)$

$M(x; y)$ et $M'(x'; y')$ sont 2 points du plan.

M et M' sont symétriques par rapport à	Représentations	Relations entre les coordonnées	Exemples
L'axe $(x'x)$		$x' = x$ $y' = -y$	
L'axe $(y'y)$		$x' = -x$ $y' = y$	
L'origine O		$x' = -x$ $y' = -y$	
La droite (u) d'équation : $y = x$ 1ère bissectrice des axes		$x' = y$ $y' = x$	
La droite (v) d'équation : $y = -x$ 2ème bissectrice des axes		$x' = -y$ $y' = -x$	
La droite (D) d'équation : $x = a$		$x' = 2a - x$ $y' = y$	
Le point A $(a, 0)$		$x' = 2a - x$ $y' = -y$	
Le point I $(a; b)$		$x' = 2a - x$ $y' = 2b - y$	

Définitions:

I étant un ensemble de réels, f une fonction numérique d'une variable réelle de domaine I et (C) une courbe dans le plan.

- I est dit centré en 0 lorsque : Pour tout x élément de I alors $-x$ est élément de I .
- f est dite paire lorsque :
 - a) I est centré en 0.
 - b) $f(-x) = f(x)$
- f est dite impaire lorsque :
 - a) I est centré en 0.
 - b) $f(-x) = -f(x)$
- (C) admet une droite (u) comme axe de symétrie lorsque le symétrique de tout pt de (C) par rapport à (u) est un pt de (C) .
- (C) admet un point A comme centre de symétrie lorsque le symétrique de tout pt de (C) par rapport à A est un pt de (C) .

Théorème (admis)

f étant une fonction numérique d'une variable réelle de domaine I .

(C) est la courbe de f dans un repère orthonormé d'origine O et d'axes $(x'x)$ et $(y'y)$.

alors

- f est paire sur I si et seulement si $(y'y)$ est un axe de symétrie de (C)
- f est impaire sur I si et seulement si O est un centre de symétrie de (C) .
- Si $f(2a - x) = f(x)$ ou $f(a - x) = f(a + x)$ sur I alors la droite $(d): x = a$ est un axe de symétrie de (C) .
Si $f(2a - x) = -f(x)$ sur I alors le point $I(a; 0)$ est un centre de symétrie de (C) .
Si $f(2a - x) + f(x) = 2b$ sur I alors le point $A(a; b)$ est un centre de symétrie de (C) .

NB : La réciproque est vraie dans chaque cas à condition que les domaines soient bien précisés.

MATH - ANALYSE

Symétrie (Fonctions)

SV-SG

f et g sont des fonctions numériques d'1 variable réelle .

(C) : courbe de f ; Dom $f = I$

(C') : courbe de g ; Dom $g = J$

On suppose dans 1, 2 et 3 que: si $x \in I$ alors $-x \in J$
et dans 4 : si $x \in I$ alors $(2a-x) \in J$

		Représentations	Relations	Exemples
1	(C) et (C') symétriques par rapport à $(x'x)$		$g(x) = -f(x)$	
2	(C) et (C') symétriques par rapport à $(y'y)$		$g(-x) = f(x)$	
3	(C) et (C') symétriques par rapport à l'origine O.		$g(-x) = -f(x)$	
4	(C) et (C') symétriques par rapport à la droite (D) : $x = a$		$g(2a-x) = f(x)$	