S.V. Correction E.S. 24/10/2024

Exercice 1.

1) $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{x-3}{|x-3|} = \lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{(x-3)}{-(x-3)} = -1$ (A) 1n

2) $(g\circ f)'(-1) = g'(f(-1)) \times f'(-1) = g'(3) \times (-4) = 5\times(-4) = -20$ 1n (B)

3) $f'(x) = 4x-6$

$4x-6=0$

$x = 3/2$

x	$-\infty$	-2		$3/2$		3	$+\infty$
$f'(x)$			$-$	0	$+$		
$f(x)$	$+\infty$	20	$\searrow$	$-4{,}5$	$\nearrow$	0	$+\infty$

$f([-2;3]) = [-4{,}5;20]$ (C) 1n

4)
$$\begin{array}{r|l} 2x^3+3 & x^2-1 \\ \underline{-(2x^3-2x)} & 2x \\ 2x+3 & \end{array}$$

$y = 2x$ A.O. (A) 1n

5) $f(x) = -1$; $x^3-x^2+2x-1=-1$; $x^3-x^2+2x=0$

$x(x^2-x+2)=0 \to \boxed{x=0}$ $\quad f'(x) = 3x^2-2x+2$

$(f^{-1})'(-1) = \dfrac{1}{f'(0)} = \dfrac{1}{2}$ $\quad y = (f^{-1})'(-1)(x+1) + f^{-1}(-1)$

$y = \frac{1}{2}(x+1)$; $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ 1n (C)

6) $f'(x) = 4x^3 + 3x^2 + 12x$

$f''(x) = 12x^2 + 6x + 12$ $\quad \Delta < 0 \to$ pas de solutions

0 points d'inflexion (C) 1n

Exercice 2.

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x}{-4x} = -1$ 1n

$\lim\limits_{x\to 2^-} \left(\dfrac{-x-2-2x}{x^2-4}\right) = \lim\limits_{x\to 2^-} \left(\dfrac{-3x-2}{x^2-4}\right) = +\infty$ 1n

Exercice 3.

a) $f'(x) = \dfrac{1(1+x^2) - 2x(x)}{(1+x^2)^2} = \dfrac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2} = \dfrac{-x^2+1}{(1+x^2)^2}$ 1n

b) $g(x) = f(\sin x) = f\circ K(x) \Longrightarrow g'(x) = f'(\sin x) \times \cos x$

$K(x) = \sin x$ $\quad$ donc $g'(x) = \dfrac{-\sin^2 x+1}{(1+\sin^2 x)^2} \times \cos x$ 1n

Bonus

Vrai : pour $x \in]-\infty,1[$; $f(x)$ passe de 0 à $+\infty \to$ passe par 2

(1) pour $x \in]1,3]$; $f(x)$ passe de $-\infty$ à $4 \to$ — —

pour $x \in [3,+\infty[$; $f(x)$ passe de 4 à $1 \to$ —