Collège des Sœurs des Saints-Cœurs
Bickfaya

Année Académique 2022-2023
Matière : Mathématiques
Classe : SG&SV
Date : 7/12/2022
Durée : 90mn

Calculatrice non programmable et non graphique, autorisée.
Barème sur 20.

Troisième contrôle .

Exercice I- (6pts)

Dans le tableau suivant, une seule réponse proposée à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de chaque question et donner, **en justifiant**, la réponse qui lui correspond.

N^0	*Questions*	*Réponses* *A*	*B*	*C*
1	Le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{1 - lnx}$ est :	$x > 0$	$0 < x \leq e$	$x \geq e$
2	L'inéquation $(lnx)^2 - 2lnx < 0$ admet pour ensemble de solutions :	$[1, e^2]$	$]0,2[$	$]1, e^2[$
3	$\lim\limits_{x \to 0} xlnx\left(\frac{1}{x} + 1\right) =$	$+\infty$	0	1
4	La fonction $f(x) = \frac{1}{xlnx}$ admet un maximum sur R^{+*} pour :	$x = e^{-1}$	$x = e$	$x = 1$
5	La solution du système $\begin{cases} 2lnx + lny = 7 \\ lnx^3 - 5lny = 4 \end{cases}$ est :	$(e^3; e)$	(3 ;1)	(1 ;3)
6	Le nombre de solutions de l'équation $2lnx + \ln(x-1) = \ln(-2x^2 + 5x - 3)$	1 solution	2 solutions	Aucune

<u>Exercice II- (4pts ; 7pts ; 3pts)</u>

<u>Partie A.</u>

Soit g la fonction définie sur]0 ;+∞[par $g(x) = x^3 - 1 + 2lnx$.

1) Déterminer $\lim_{x \to 0} g(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} g(x)$.

2) Calculer $g'(x$) puis dresser le tableau de variations de g .

3) Calculer $g(1)$ puis déduire suivant les valeurs de x , le signe de $g(x)$.

<u>Partie B.</u>

On considère la fonction f définie sur]0 ;+∞[par $f(x) = x - \frac{lnx}{x^2}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$. Soit (d) la droite d'équation $y = x$.

1) Déterminer $\lim_{x \to 0} f(x)$ et déduire une asymptote à (C).

2) a) Etudier suivant les valeurs de x , la position relative de (C) et (d).

b) Déterminer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et montrer que la droite (d) est est une asymptote à (C).

3) a) Vérifier que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ et dresser le tableau de variations de f .

b) Déterminer le point E de (C) où la tangente (Δ) à (C) est parallèle à la droite (d).

c) Tracer (d), (Δ) et (C) .

4) Montrer que la fonction , admet sur l'intervalle [1 ;+∞[, une fonction réciproque f^{-1} dont on déterminera le domaine de définition. Tracer la fonction représentative (C') de f^{-1} dans le même repère que (C).

<u>Partie C.</u>

1) Tracer dans un nouveau repère le courbe (γ) de la fonction g définie sur]0 ;+∞[.
2) Démontrer que la courbe (γ) admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées.
3) Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (γ) , l'axe des abscisses et la droite d'équation $y = e$.

BON TRAVAIL.