Fiche: Fonction (1)

Maths

Soit f la fonction définie sur $]-\infty; +\infty[$ par $f(x) = 1 - (x-1)^3$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Calculer $f(0), f(1), f(2), f(-1)$ et $f(3)$.
- 2) Calculer $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f .
- 3) Soit A le point de (C) d'abscisse 1. Ecrire une équation de la tangente (Δ) en A à (C) .
- 4) Montrer que A est un point d'inflexion de (C) .
- 5) Etudier, suivant les valeurs de x , la position relative de (C) et (Δ) .
- 6) Montrer que A est un centre de symétrie de (C) .
- 7) Construire (C) et (Δ) .
- 8) Soit (D) la droite passant par A et de pente -1 . Trouver les coordonnées des points d'intersections de (C) et (D) .
- 9) a) Montrer que, sur $]-\infty; +\infty[$, f admet une fonction réciproque, notée g .
b) Déterminer le domaine de définition de g .
c) g est-elle dérivable en 1 ? Justifier votre réponse.
d) Justifier que g est dérivable sur chacun des intervalles $]-\infty; 1[$ et $]1; +\infty[$.
- 10) Déterminer $(C) \cap (C')$ où (C') est la courbe représentative de g dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 11) Tracer (C') .
- 12) Trouver la forme explicite de g .
- 13) Montrer que (C') admet un centre de symétrie à déterminer.
- 14) a) Montrer que, sur $]1; +\infty[$, f' admet une fonction réciproque, notée h .
b) Résoudre en x , $f'(1) < g(x) < h(-3)$.