1 **1°** V ; **2°** F ; **3°** F ; **4°** V ; **5°** F ; **6°** F

2 **1°** $\sin 3x = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$ pour : $x = \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{2k_1\pi}{8}$ ou $x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{2k_2\pi}{2}$

2° $\sin x = -\cos x$ soit $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ pour : $x = -\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{2k\pi}{2}$

3° $\cos x\,(\cos x + \sin x) = 0$ pour $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ ou $x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{2k_1\pi}{2}$

4° $\cos x\,(\cos x + 2\sin x) = 0$ pour $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ ou

$\cos x + 2\sin x = 0$ soit $\tan x = -\dfrac{1}{2}$ pour $x = \alpha + k_1\pi$ où $\alpha \in \left]-\dfrac{\pi}{2}\,;\,0\right[$ et $\tan\alpha = -\dfrac{1}{2}$.

5° $\cos x\,(\cos x - \sqrt{3}\sin x) = 0$ pour $x = \dfrac{\pi}{2} + k_1\pi$ ou $\tan x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ pour $x = \dfrac{\pi}{6} + k_2\pi$

6° $\cos x\left(4\cos x - \sqrt{3}\,.\,\dfrac{1}{\sin x}\right) = 0$ pour $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ ou

$2\sin 2x = \sqrt{3}$ soit $\sin 2x = \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sin\dfrac{\pi}{3}$

pour $x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{2k_1\pi}{2}$ ou $x = \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{2k_2\pi}{2}$

3 **1°** $\cos x + \dfrac{\sin\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{4}}\cos x = 1$ soit $\cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) = \cos\dfrac{\pi}{4}$ pour $x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$ ou $x = 0 + 2k_1\pi$

2° $\cos x - \dfrac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{3}}\sin x = 1$ soit $\cos\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \cos\dfrac{\pi}{3}$ pour $x = 0 + 2k\pi$ ou $x = -\dfrac{2\pi}{3} + 2k_1\pi$

3° $\cos x + \dfrac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{3}}\sin x = \sqrt{2}$ soit $\cos\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right) = \cos\dfrac{\pi}{4}$ pour $x = \dfrac{7\pi}{12} + 2k\pi$ ou $x = \dfrac{\pi}{12} + 2k_1\pi$

4° $\cos x - \sin x = -\frac{7}{17}$ soit $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = \frac{-7}{17}\cos\frac{\pi}{4}$

il existe $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2} ; \pi\right[$ tel que $\cos\alpha = -\frac{7}{17}\,\frac{\sqrt{2}}{2}$; d'où :

$\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = \cos\alpha$ pour : $x = \alpha - \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ ou

$$x = -\alpha - \frac{\pi}{4} + 2k_1\pi.$$

5° $\cos x + \frac{\sqrt{3}}{3}\sin x = \frac{1}{3}$ soit $\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

il existe $\alpha \in \left]0 ; \frac{\pi}{2}\right[$ tel que $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$; d'où :

$\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = \cos\alpha$ pour $x = \alpha + \frac{\pi}{6} + 2k_1\pi$ ou

$x = -\alpha + \frac{\pi}{6} + 2k_2\pi$

6° $\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}\times\frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{6}$ pour : $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $x = -\frac{\pi}{2} + 2k_1\pi$

7° Pas de solution car : $c^2 > a^2 + b^2$

8° $\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6}$ pour $x = 2k\pi$ ou $x = \frac{\pi}{3} + 2k_1\pi$

4 1° $\cos\left(3x-\frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{3}$ pour $x = \frac{2\pi}{9} + \frac{2k_1\pi}{3}$ ou $x = \frac{2k\pi}{3}$

2° $\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right) = \cos 0$ pour $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$. $k \in \mathbb{Z}$

3° On pose $t = \tan\frac{x}{2}$

$\frac{1-t^2}{1+t^2} + \frac{8t}{1+t^2} = 2$ ou : $3t^2 - 8t + 1 = 0$.

pour $t_1 = \frac{4-\sqrt{13}}{3} = \tan\frac{x}{2}$ et $t^2 = \frac{4+\sqrt{13}}{3} = \tan\frac{x}{2}$

• Il existe $\alpha \in \left]0 ; \frac{\pi}{2}\right[$ tel que : $\tan\alpha = \frac{4-\sqrt{13}}{3}$, par suite $\tan\frac{x}{2} = \tan\alpha$ et $x = 2\alpha + 2k\pi$.

• Il existe $\beta \in \left]0 ; \frac{\pi}{2}\right[$ tel que : $\tan\beta = \frac{4+\sqrt{13}}{3}$, par suite $\tan\frac{x}{2} = \tan\beta$ et $x = 2\beta + 2k_1\pi$.

4° On pose $t = \tan \frac{x}{2}$

$(3 - \sqrt{2})\, t^2 + 10t - 3 - \sqrt{2} = 0$ pour

$t_1 = \dfrac{-5 - 4\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}} = \tan \alpha$ pour $\alpha \in \left]-\dfrac{\pi}{2}\,;0\right[$ par suite $x = 2\alpha + 2k\pi$

$t_2 = \dfrac{-5 + 4\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}} = \tan \beta$ pour $\beta \in \left]0\,;\dfrac{\pi}{2}\right[$ par suite $x = 2\beta + 2k_1\pi$

5° On pose $t = \tan \frac{x}{2}$

On trouve : $(3 + 2\sqrt{3})\, t^2 - 8t + 2\sqrt{3} - 1 = 0$

$t_1 = \dfrac{4 - \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}}{3 + 2\sqrt{3}}$ et $t_2 = \dfrac{4 + 7 + 4\sqrt{3}}{3 + 2\sqrt{3}}$

6° On pose $t = \tan \frac{x}{2}$

On trouve $t = \dfrac{1}{2} = \tan \alpha$ pour $\alpha \in \left]0\,;\dfrac{\pi}{2}\right[$ et $x = 2\alpha + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

L'équation est réduite au premier degré en t, alors $x = \pi + 2k_1\pi$, $k_1 \in \mathbb{Z}$ est aussi une solution $(a + c = 0)$.

7° On pose $t = \tan \frac{x}{2}$

On trouve : $t^2 + 3t - 3 = 0$

$t_1 = \dfrac{-3 - \sqrt{21}}{2} = \tan \alpha$ où $\alpha \in \left]-\dfrac{\pi}{2}\,;0\right[$ et $x = 2\alpha + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

$t_2 = \dfrac{-3 + \sqrt{21}}{2} = \tan \beta$ où $\beta \in \left]0\,;-\dfrac{\pi}{2}\right[$ et $x = 2\beta + 2k_1\pi$, $k_1 \in \mathbb{Z}$

8° On pose $t = \tan \frac{x}{2}$

On trouve : $(2 - \sqrt{5})\, t^2 + 2t - 2 - \sqrt{5} = 0$

$t_1 = t_2 = \dfrac{1}{\sqrt{5} - 2} = \tan \alpha$ où $\alpha \in \left]0\,;\dfrac{\pi}{2}\right[$ et $x = 2\alpha + 2k\pi$

5 Il faut que $c^2 \leqslant a^2 + b^2$ soit $4m^2(m^2 - 1) < 0$ pour $-1 < m < 1$

pour $m = \dfrac{1}{2}$, on obtient : $\cos x + \sqrt{3}\sin x + 1 = 0$ ou $\cos x \cos \dfrac{\pi}{3} + \sin x \sin \dfrac{\pi}{3} = \cos \dfrac{2\pi}{3}$

$\cos\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right) = \cos \dfrac{2\pi}{3}$. D'où $x = \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ ou $x = -\dfrac{\pi}{3} + 2k_1\pi$, $k_1 \in \mathbb{Z}$.