$1 - x$

4 $f(x) = 2(x^2 - 4x + 4) = 2(x - 2)^2$.

a) $f'(x) = 4(x - 2)$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

$y = 2(x - 2)^2$; $(x - 2)^2 = \dfrac{y}{2}$.

Dans $]-\infty\ ; 2]$, f est continue et strictement décroissante .

$x - 2 \leqslant 0$, donc $x - 2 = -\sqrt{\dfrac{y}{2}}$, $x = 2 - \sqrt{\dfrac{y}{2}}$, soit $y = f_1^{-1}(x) = 2 - \sqrt{\dfrac{x}{2}}$.

Dans $[2\ ; +\infty[$, f est continue et strictement croissante .

$x - 2 \geqslant 0$; donc $x - 2 = \sqrt{\dfrac{y}{2}}$, $x = 2 + \sqrt{\dfrac{y}{2}}$, soit $y = f_2^{-1}(x) = 2 + \sqrt{\dfrac{x}{2}}$.

b) (C') est symétrique de (C) par rapport à la droite d'équation $y = x$.

1° $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

8 $y = f(x) = \dfrac{x}{1 + |x|}$.

$D_f = \mathbb{R}$ et $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{1+x} & \text{si } x \geqslant 0 \\ \dfrac{x}{1-x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$.

$$y' = f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(1+x)^2} & \text{si } x \geqslant 0 \\ \dfrac{1}{(1-x)^2} & \text{si } x < 0 \end{cases} .$$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f_g'(0) = f_d'(0) = f'(0) .$$

$f'(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$ et , f est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
Donc f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $]-1\,;\,1[$.

$y = f^{-1}(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{1-x} & \text{si } x \geqslant 0 \\ \dfrac{x}{1+x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$ soit $y = f^{-1}(x) = \dfrac{x}{1 - |x|}$.

9 **1°** Facile.

2° • Sur $[0\,;+\infty[$, f est continue et décroissante, donc elle admet une fonction réciproq

• $Dg = f[0\,;+\infty[=]\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\,; f(0)] =]-\infty\,;\,1]$.

3° $g(x) < \alpha\,; f^{-1}(x) < \alpha\,; f[f^{-1}(x)] > f(\alpha)\,; x > f(\alpha)\,; x > \alpha$.

4° (G est symétrique de (C) sur $[0\,;+\infty[$ par rapport à la droite d'équation $y = x$.