

Exercice 1.

1) $\frac{2x-1}{x^2-3x+2} > 0$

$2x-1=0$
 $x=\frac{1}{2}$

$x^2-3x+2=0$
 $x_1=1$
 $x_2=2$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$
$2x-1$	-	0	+	+	+
x^2-3x+2	+	+	0	0	+
$\frac{2x-1}{x^2-3x+2}$	-	0	+	-	+

$D_f =]\frac{1}{2}; 1[\cup]2; +\infty[$ (1)

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x}{-2x^2-3x} = \frac{0}{0}$ F.I. R.H. (C)

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2}{-4x-3} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$ (A) (1)

3) $x \rightarrow g(x) \rightarrow f(g(x))$

$x \in D_f$ et $g(x) \in D_f$

$x \neq 1$ et $\frac{2x}{x-1} > -1$; $\frac{2x}{x-1} + 1 > 0$; $\frac{2x+x-1}{x-1} > 0$

$D_f: x+1 > 0$
 $x > -1$

$\frac{3x-1}{x-1} > 0$

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$\frac{3x-1}{x-1}$	+	0	-	+

(1) $x \leq \frac{1}{3}$ ou $x > 1$

$D_{f \circ g} =]-\infty; \frac{1}{3}] \cup]1; +\infty[$ (B)

4) $g'(x) = 3x^2+3$

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(1) f définie continue strictement monotone croissante donc elle admet une fonction réciproque sur $\mathbb{R}$ (C)

5) $g(x) - y = \frac{-2x^2x+1}{x+2} - (-2x+3) = \frac{-2x^3x+1+2x^2-3x+4x+6}{x+2}$

$g(x) - y = \frac{-5}{x+2}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} (g(x) - y) = \frac{-5}{\infty} = 0 \rightarrow y = -2x+3$ (1) Asymptote

6) $f(x) = x^3+6x^2-32x$

$f'(x) = 3x^2+12x-32$

$f''(x) = 6x+12$

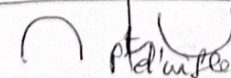
$f''(x) = 0$

$6x+12=0$

$6x=-12$

$x=-2$ (1) (C)

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+

$f(x)$  point d'inflexion -1.

ou $x \in]0; +\infty[$
donc pas de point d'inflex.

Exercice II

$$1) \bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3,5$$

$$\bar{y} = \frac{15+20+25+28+30+32}{6} = 25$$

$$G(3,5; 25)$$

2) D'après la calculatrice

$$(Dy/x) : y = 3,37x + 13,2$$

$$\begin{array}{r|l} x & 3,5 \\ \hline y & 25 \end{array} \quad \begin{array}{l} 5 \\ 30,05 \end{array}$$

3) $r = 0,978$ très proche de 1

donc il y a une forte corrélation linéaire croissante positive entre le rang de l'année x_i et le nombre de moniteurs y_i .

4) a) en 2028 $\rightarrow x = 11$; $y = 3,37 \times 11 + 13,2 = 50,27$

le nombre sera 50 moniteurs en 2028

b) $\frac{\text{Valeur réelle} - \text{Valeur estimée}}{\text{Valeur réelle}} \times 100 = \frac{60 - 50}{60} \times 100 = 16,6\%$

c) $y > 40 \rightarrow 3,37x + 13,2 > 40 \rightarrow 3,37x > 26,8 \rightarrow x > 7,9$

Donc $x = 8 \rightarrow$ en 2025 le nombre de moniteurs

dépassera 40 pour la première fois.

Exercice III

1) A l'équilibre, l'offre = demande $\rightarrow f(x) = g(x)$

$$-x^2 + 2x + 3 = x + 3 \rightarrow -x^2 + 2x + 3 - x - 3 = 0$$

$$\rightarrow -x^2 + x = 0 \rightarrow x(-x + 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x = 1$$

Prix d'équilibre 10\$

2) $f(2,5) = -2,5^2 + 2 \times 2,5 + 3 = 1,75 \rightarrow$ soit 175 objets offerts

$g(2,5) = 2,5 + 3 = 5,5 \rightarrow$ soit 550 objets demandés

3) $g(x) = 5 \rightarrow x + 3 = 5 \rightarrow x = 2 \rightarrow f(2) = -2^2 + 2 + 3 = 3$

l'offre est de 300 objets.

Revenu = Prix de vente $\times$ quantité

$$= 20 \times 300 = 6000 \$$$

Exercice IV

A. $g(x) = x^3 - 1200x - 100$

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ (1/4)

$g(0) = -100$ (1/4)

2) $g'(x) = 3x^2 - 1200 \rightarrow g'(x) = 0 ; x^2 = 400$
(1/2) $x = 20$ ou $x = -20$

x	0	20	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	-100	-16100	$+\infty$

3) pour $x \in [0, 20]$; g définie continue strictement décroissante de -100 à -16100 donc elle ne passe pas par le zéro et pour $x \in (20, +\infty[$; g est définie continue strictement monotone croissante de -16100 à $+\infty$ donc elle passe une seule fois par le zéro alors $g(x) = 0$ admet une solution unique α tel que $g(20) = -16100 < 0$

$g(40) = 15900 > 0$

$g(20) \times g(40) < 0$
alors $20 < \alpha < 40$

4)

x	0	$\alpha = 34,6$	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

B. 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty + 50 + 0 = \infty$ (1/4)

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 + 50 + \infty = \infty$

2) $x = 0$ est une asymptote verticale
Il y a possibilité d'asymptote oblique
puisque $y = x + 50$ en effet
 $f(x) - y = \frac{1200x + 50}{x^2}$ (1/4)

$$\text{et } \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1200x + 50}{x^2} = 0^+ \quad (1)$$

donc $y = x + 50$ Asymptote oblique au voisinage de $+\infty$

$$3) f'(x) = 1 + \frac{1200x^2 - 2x(1200x + 50)}{x^4}$$

$$f'(x) = 1 + \frac{1200x^2 - 2400x^2 - 100x}{x^4}$$

$$f'(x) = 1 + \frac{1200x^2 - 100x}{x^4} = 1 + \frac{-1200x - 100}{x^3}$$

$$f'(x) = \frac{x^3 - 1200x - 100}{x^3} = \frac{g(x)}{x^3} \quad (2)$$

donc $f'(x)$ a le même signe que $g(x)$

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$		$\nearrow$	$\searrow$

$119,32$

$$y = x + 50$$

x	0	10
y	50	60

$$C- C_H(x) = \frac{C_F(x)}{x}$$

$$C_H(x) = \frac{x^3 + 50x^2 + 1200x + 50}{x^2}$$

$$C_H(x) = x + 50 + \frac{1200x + 50}{x^2}$$

$$C_H(x) = f(x) \quad (1)$$

le coût moyen

est minimale

pour $x = \alpha$ soit $34,6 \times 100 = 3460$
obj

