Corrigé de la fiche 1. S2S.

Exercice 1

(E_m) est du 2nd degré si $a \neq 0$ et $m-3 \neq 0$
$m \neq 3$

(E_m) admet une solution quand $\Delta = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (m+2)^2 - 4(m-3)(m+5) = -3m^2 - 4m + 64$

$\Delta = 0$ alors $3m^2 - 4m + 64 = 0$

$\delta_m = (-4)^2 - 4(-3)(64) = 784 > 0$

$m_1 = 4$ et $m_2 = \frac{-16}{3}$
accept accept

$m \in \left\{ \frac{-16}{3}, 4 \right\}$

Pour $m = \frac{-16}{3}$; $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{-m-2}{2(m-3)} = \frac{\frac{16}{3} - 2}{2\left(\frac{-16}{3} - 3\right)} = \frac{-1}{5}$

Pour $m = 4$; $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4-2}{2(4-3)} = -3$

Exercice 2

1) $(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a+b)$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

N.B. - $\left.\begin{array}{l}(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3\end{array}\right\}$ à retenir

2) $f(x-1) = 8(x-1)^3 + 24(x-1)^2 + 96(x-1) + 43$

$f(x-1) = 8(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) + 24(x^2 - 2x + 1) + 96x - 96 + 43$

$f(x-1) = 8x^3 + 72x - 37$

3) a) r solution de (F) donc si on remplace x par r l'équation (F) est vérifiée

$8r^3 + 72r - 37 = 0$

$8(u+v)^3 + 72(u+v) - 37 = 0$

$8(u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3) + 72u + 72v - 37 = 0$

on divise par 8 $\quad u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 + 9u + 9v - \frac{37}{8} = 0$

$u^3 + v^3 + 3uv(u+v) + 9(u+v) - \frac{37}{8} = 0$

$u^3 + v^3 + (u+v)(3uv + 9) - \frac{37}{8} = 0$

b) $uv = -3$ alors $u^3 + v^3 + (u+v)(3(-3)+9) - \frac{37}{8} = 0$

$u^3 + v^3 + (u+v)(0) - \frac{37}{8} = 0$

$\boxed{u^3 + v^3 = \frac{37}{8}}$

c) $s + t = \frac{37}{8}$ et $st = -27$ donc $S = \frac{37}{8}$ et $P = -27$

D'où l'équation $X^2 - SX + P = 0$; $X^2 - \frac{37}{8}X - 27 = 0$

$\Delta = \frac{8281}{64} \longrightarrow X_1 = -\frac{27}{8}$ et $X_2 = 8$

Donc $\boxed{s = -\frac{27}{8} \text{ et } t = 8}$

d) $uv = -3$ alors $(uv)^3 = (-3)^3 \rightarrow u^3v^3 = -27$

or $st = -27$ or $u^3 + v^3 = \frac{37}{8}$ et $s + t = \frac{37}{8}$

Par identification on aura:

$s = u^3 = -\frac{27}{8}$ donc $u = \sqrt[3]{\frac{-27}{8}} = -\frac{3}{2}$

et $t = v^3 = 8$ donc $v = \sqrt[3]{8} = 2$

D'où $r = u + v = -\frac{3}{2} + 2 = \frac{1}{2}$

4) On sait que $f(x-1) = 0$ est l'équation (F) et r solution de (F) donc si x_0 est la solution de (E) alors $f(x_0) = 0$ par suite $f(r-1) = 0$

$f(\frac{1}{2} - 1) = 0$; $f(-\frac{1}{2}) = 0$ et $f(x_0) = 0$

Par suite $x_0 = -\frac{1}{2}$ est la solution de (E)

5) Comme l'équation (E) est du 3ème degré et elle a déjà une solution alors elle aura encore deux autres solutions en général.

$8x^3 + 72x - 37 = 0$ ou $x^3 + \frac{72}{8}x - \frac{37}{8} = 0$

$$\boxed{x^3 + 9x - \frac{37}{8} = 0}$$