

$$\text{IV } 1^\circ x^2 + y^2 - 4x + 2y - 120 = (x-2)^2 - 4 + (y+1)^2 - 1 - 120 = 0$$

$$(\Gamma) : (x-2)^2 + (y+1)^2 - 125 = 0 \quad C(2; -1) \quad R = 5\sqrt{5}.$$

$$2^\circ (\Gamma') : (x-6)^2 + (y+3)^2 - C'(P^2) = 0 \quad \overrightarrow{C'P}(6; -3) \quad C'P = 3\sqrt{5} = R'$$

$$(\Gamma') : (x-6)^2 + (y+3)^2 - 45 = 0.$$

$$3^\circ \overrightarrow{CC'}(4; -2) \quad CC' = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} = (5\sqrt{5}) - (3\sqrt{5}) = R - R'$$

(Γ) et (Γ') sont donc tangentes intérieurement.

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y+1)^2 - 125 = 100 + 25 - 125 = 0 & P \text{ est un point de } (\Gamma) \\ x = 12, \quad y = -6 \end{cases}$$

D'où (Γ') est tangent en P intérieur à (Γ) .

4° d_1 est la distance de C' à (d)

$$d_1 = \frac{|6 - 6 - 15|}{\sqrt{1+4}} = \frac{15}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{5} = R' \quad (d) \text{ est donc tangente à } (\Gamma').$$

$$5^\circ (d) : y = \frac{-x+15}{2}.$$

Au point d'intersection de (d) et (Γ) :

$$(x-2)^2 + \left[\frac{-x+15}{2} + 1 \right]^2 - 125 = 0$$

$$(x-2)^2 + \frac{1}{4} [-x+17]^2 - 125 = (x^2 - 4x + 4) + \frac{1}{4} (x^2 - 34x + 289) - 125 = 0$$

$$4x^2 - 16x + 16 + x^2 - 34x + 289 - 500 = 0 : 5x^2 - 50x - 195 = 0 \quad \text{ou}$$

$$x^2 - 10x - 39 = 0 \quad x = -3; y = 9 \quad A(-3; 9)$$

$$x = 13; y = 14 \quad B(13; 14).$$

$$6^\circ \overrightarrow{AP}(-15; 15), \overrightarrow{BP}(-1; -7) \quad \overrightarrow{AP} \text{ et } \overrightarrow{BP} \text{ sont non colinéaires}$$

D'où A, P et B ne sont pas alignés.

$[PF]$ est la bissectrice de $\widehat{BPA}$ si la distance de F à (AP) est égale à celle de F à (BP) .

$$\text{Une équation de } (AP) : y = -(x+3) + 9 \quad \text{soit} \quad y = -x + 6; x + y - 6 = 0$$

$$\text{Une équation de } (BP) : y = 7(x-12) - 6 \quad \text{soit} \quad y = 7x - 90; 7x - y - 90 = 0$$

$$\text{Distance de } F \text{ à } (PA) = \frac{|9+3-6|}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Distance de } F \text{ à } (PB) = \frac{|63-3-90|}{\sqrt{50}} = \frac{30}{\sqrt{50}} = \frac{30}{5\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

d'où $[PF]$ est la bissectrice de $\widehat{APB}$.