**Collège des Sœurs des Saints Cœurs, Bickfaya**

 **Année académique 2024-2025**

 **Matière: Mathématiques**

 **Classe: S2S**

 **Date: Janvier 2025**

**Chapitre 10 : Trigonométrie (1) Equations trigonométriques Chapitre 11 : Trigonométrie (2) Formules d’addition et de transformation**

**Tome 1**

**Préparé par : Mme Mirna Achkar**

**Objectifs*: Rappeler la trigonométrie de la classe de seconde – Etudier les équations trigonométriques – Déterminer les coordonnées polaires et les coordonnées cartésiennes - Trouver la relation entre les coordonnées polaires et les coordonnées cartésiennes - Définir les formules d’addition – Déterminer les lignes trigonométriques de l’angle double – Définir les formules de transformation -***

**1-Rappel.**

 ***1- Dans un triangle rectangle ABC en A on a:***

Sin côté opposé

 hypoténuse

Cos côté adjacent

 hypoténuse

Tan côté opposé

 côté adjacent

Cot côté adjacent

 côté opposé

|  |
| --- |
|  Pour tout réel n a sin²+ cos²tan  ; cot ; cot ;  tancot 1 ; sin² ; cos² ; sin² . |

***2- La détermination principale ou la mesure principale*** est la mesure de la plus courte rotation d’un arc ou d’un angle orienté

 -180o < do ≤ 180o ou -< drd ≤ 

***3- la relation de passage de degré en radian ou inversement est:***



***4- La longueur d’un arc est donnée par la relation:***

 l = rd r ou l = rdo

 180o

Avec r rayon du cercle

rd ou do la mesure de l’arc

l la longueur de l’arc

***5- On appelle cercle trigonométrique dans un repère orthonormé (x’ox , y’oy)*** le cercle orienté de centre O et de rayon 1 (unité de longueur)



|  |
| --- |
| Pour tout α $\in $ R , -1 ≤ sin α ≤ 1 et -1 ≤ cos α ≤ 1 ; tan α $\in $R et cot α $\in $R sin α et cos α sont deux fonctions périodiques de période 2Π .tan α et cot α sont deux fonctions périodiques de période Π . |

***6- Périodicité des lignes trigonométriques :***

***7- Tableau des valeurs d’arcs particulièrs:***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Valeur de  en degré | 0 | 30 | 45 | 60 | 90 | 180 | 270 | 360 |
| Valeur de  en radian | 0 |  |  |  |  |  |  |  |
| cos  | 1 | $\sqrt{3}$/2 | $\sqrt{2}$/2 | ½ | 0 | -1 | 0 | 1 |
| sin  | 0 | ½ | $\sqrt{2}$/2 | $\sqrt{3}/$2 | 1 | 0 | -1 | 0 |
| tan  | 0 | $\sqrt{3}$/3 | 1 | $$\sqrt{3}$$ | ∞ | 0 | ∞ | 0 |
| cot  | ∞ | $$\sqrt{3}$$ | 1 | $\sqrt{3}$/3 | 0 | ∞ | 0 | ∞ |

***8- Relation entre les arcs remarquables:***

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| et - | et - | et + | et $\frac{π}{2}$ -  | et $\frac{π}{2} $+  |
| cos (-cos  | cos (--cos  | cos (-cos  | cos ($\frac{π }{2}$-sin  | cos ($\frac{π}{2} $-sin  |
| sin (--sin  | sin (-sin  | sin (-sin  | sin ($\frac{π}{2 }$-cos  | sin ($\frac{π}{2} $cos  |
| tan (--tan  | tan (--tan  | tan (tan  | tan ($\frac{π }{2}$-cot  | tan ($\frac{π }{2}$-cot  |
| cot (--cot  | cot (--cot  | cot (cot  | cot ($\frac{π}{2} $-tan  | cot ($\frac{π}{2}$ -tan  |

***9- Résolution d’équations trigonométriques :***

a) cos cos l avec -1 ≤ l ≤ 1

alors K K∈et K’, K’∈

b) sin sin  l avec -1 ≤ l ≤ 1

alors K K∈et K’ , K’∈

c) tan tan 

alors K K ∈

d) cot cot 

alors K K ∈

***10- Coordonnées polaires et coordonnées cartésiennes :***

M étant un point quelconque de coordonnées cartésiennes x et y dans un repère x’Ox , y’Oy et de coordonnées polaires r et θoù r est la distance de O à M et θ l’angle que forme (OM) avec l’axe x’Ox alors : $x$ = r cosθet $y$ = r sinθ rθ

( formules de passage de coordonnées polaires aux cartésiennes )

 $x$² + $y$² = r² et tanθ = ( formules de passage de coordonnées cartésiennes aux polaires) .

**2-Formules d’addition.**

$$cos\left(a-b\right)=cosa cosb+sina sinb$$

$$cos\left(a+b\right)=cosa cosb-sina sinb$$

$$sin\left(a+b\right)=sina cosb+cosa sinb$$

$$sin\left(a-b\right)=sina cosb-cosa sinb$$

$$\tan(\left(a+b\right))=\frac{\tan(a+\tan(b))}{1-tana tanb}$$

$$\tan(\left(a-b\right))=\frac{\tan(a-\tan(b))}{1+tana tanb}$$

**3-Lignes trigonométriques de l’angle double. (Formules de duplication).**

cos 2a = cos²a - sin²a

cos 2a = 2cos²a - 1

cos 2a = 1 - 2sin²a

sin2a = 2sina cosa

cos²a = $ \frac{1+cos2a}{2}$

sin²a =$ \frac{ 1-cos2a}{2}$

$$tan2a= \frac{2tana}{1-tan^{2}a}$$

**4-Expression de sina , cosa et tana en fonction de tana/2.**

En posant tan$ \frac{a}{2}$ = t

sin a = 2t

 1 + t²

cos a = 1 - t²

 1 + t²

tan a = 2 t

 1 - t²

**5-Formules de transformation :**

**D’un produit en une somme (linéarisation).**

cosa cosb = ½ [ cos(a+b) + cos(a-b) ]

 sina sinb = -½ [ cos(a+b) - cos(a-b) ]

 sina cosb = ½ [ sin(a+b) + sin(a-b) ]

 cosa sinb = ½ [ sin(a+b) - sin(a-b) ]

 **D’une somme en un produit.**

cosp + cosq = 2 cos p+q cos p-q

 2 2

cosp - cosq = -2 sin p+q sin p-q

 2 2

sinp + sinq = 2 sin p+q cos p-q

 2 2

sinp - sinq = 2 cos p+q sin p-q

 2 2

tanp + tanq = sin(p+q)

 cosp cosq

tanp - tanq = sin(p-q)

 cosp cosq

**6-Limites.**

$x$ est la mesure d’un angle exprimée en radians, alors $\lim\_{x\to 0}\frac{sinx}{x}$ = 1

**7-Dérivées des fonctions circulaires.**

f(x) = sin x alors f’(x) = cos x

f(x) = cos x alors f’(x) = -sin x

f(x) = tan x alors f’(x) = 1 + tan² x = 1 / cos² x avec x ≠ Π/2 + kΠ , k $\in $ Z

f(x) = cot x alors f’(x) = -(1 + cot² x) = -1 / sin² x avec x ≠ kΠ , k $ \in $ Z

Si u est une fonction dérivable de x alors :

( sin u )’ = u’ cos u

( cos u )’ = -u’ sin u

( tan u )’ = u’ ( 1 + tan² u ) = u’ / cos² u avec u ≠ Π/2 + kΠ , k $\in $Z

( cot u )’ = - u’ (1 + cot² u ) = - u’ / sin² u avec u ≠ kΠ , k $\in $Z

**8-Primitives des fonctions circulaires.**

|  |  |
| --- | --- |
|  Fonction |  Primitive |
|  cos x |  sin x + C |
|  sin x | * cos x + C
 |
| 1. / cos² x
 |  tan x + C |
|  ( 1 + tan² x ) |  tan x + C  |
| -1 / sin² x ou - (1 + cot² x)  |  - cot x + C |
|  cos ( ax + b ) a ≠ 0 |  1/ a sin ( ax + b ) + C |
|  sin ( ax + b ) a ≠ 0 | -1/ a cos ( ax + b ) + C |
|  u’ cos u |  sin u + C |
|  u’ sin u | * cos u + C
 |
|  u’ / cos² u |  tan u + C |
|  u’ / sin² u | * cot u + C
 |