Année académique 2024-2025
Matière: Mathématiques
Classe: S2S
Date: Avril 2025

Collège SSCC Bickfaya

Chapitre 5 : Probabilités. Estimation et vocabulaire.
Chapitre 6 : Calcul des probabilités.

Tome 2

Mirna Achkar

Objectifs

1-Définir une expérience aléatoire
2-Définir une probabilité
3-Déterminer le language de probabilité
4-Donner les propriétés d'une probabilité
5-Calculer une probabilité uniforme

1. Estimation d'une expérience aléatoire.

Une expérience alétatoire est une exprience dont le hazard décide ou estime les résultats (alétatoire vient du latin alea qui signifie jeu de dés)

ex: lancer une pièce de monnaie ou un dé parfait.

2. Vocabulaire.

Les issues possibles d'une épreuve ou d'une expérience alétatoire sont appelées des éventualités ou encore des cas possibles. Leur ensemble est appelé l'univers des possibles qu'on suppose fini et non vide. Soit Ω cet ensemble.

N.B. A et $\bar{A}$ étant deux évènements contraires alors $A \cup \bar{A} = \Omega$ et $A \cap \bar{A} = \emptyset$

Par exemple , les deux évènements "au moins un…" et "aucun…" sont deux évènements contraires .

Mirna Achkar

3. Nouveau language.

Language des ensembles.	Language en probabilités.
E est un ensemble fini	E est un univers
$a \in E$ a élément de E	a est une éventualité de l'univers
$A \subset E$ A *sous-ensemble de E*	A est un évènement de E
$A = \{\ \}$	A est un évènement impossible de E
$A = \{\text{a}\}$	A est un évènement élémentaire de E
$A = E$	A est un évènement certain de E
$C = A \cup B$	C est l'évènement A ou B
$D = A \cap B$	D est l'évènement A et B
$A \cap B = \{\ \}$	A et B deux évènements incompatibles
$B = \complement_E^A$	B est l'évènement contraire de A dans E
$B = \bar{A}$	A et B deux évènements contraires
$A \subset B$	La réalisation de A implique celle de B

N.B. Deux évènemens sont dits équiprobables s'ils ont la même chance d'être réalisés

4.Définition.

E étant un univers E={ a_1, a_2, a_3 , …… , a_i , ……. , a_n }

P(E) ensemble des parties de E (des évènements de E)

Une probabilité est une application de P(E) dans [0 , 1] vérifiant les conditions

$p : P(E) \to [0, 1]$

$A \to p(A)$ tel que $p(A) \in [0, 1]$

p doit vérifier $p(\{a\}) \in [0, 1]$

$$p(\{a_i, a_j, a_k\}) = p(\{a_i\}) + p(\{a_j\}) + p(\{a_k\})$$

$$p(E) = 1$$

$$p_1 + p_2 + p_3 + \ldots\ldots + p_i + \ldots\ldots. + p_n = 1$$

5. Propriétés.

Soit A et B deux évènements d'un univers E

$p(E) = 1$ $p(\emptyset) = 0$

$p(A) + p(\bar{A}) = 1$ alors $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

Si A et B sont deux évènements incompatibles donc $A \cap B = \emptyset$

alors $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

Exemple :

On lance un dé parfait

E={1,2,3,4,5,6} est l'univers des possibles

Alors $p(\{1\}) = \frac{1}{6} = p(\{2\}) = p(\{3\}) = p(\{4\}) = p(\{5\}) = p(\{6\})$

Si A ={2,3} alors $p\ (\mathrm{A}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Par suite $p(X) = \frac{Nombre\ de\ cas\ favorables}{Nombre\ de\ cas\ possibles}$

Si on lance un dé non truqué

E={1,2,3,4,5,6} est l'univers des possibles

avec $p(\{6\}) = \frac{1}{2}$ $et\ p(\{1\}) = p(\{2\}) = p(\{3\}) = p(\{4\}) = p(\{5\}) = \frac{1}{10}$

Si A ={2,3} alors $p\ (\mathrm{A}) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10}$

Si B ={2,4,6} alors $p\ (\mathrm{B}) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2} = \frac{7}{10}$

6. Calcul de probabilité uniforme (équiprobabilité).

E étant un univers E={ a_1, a_2, a_3 , …… , a_i , ……. , a_n }

On pose $p_i = p(\{a_i\})$ pour $i \in \{ 1,2,3, \dots \dots . n\}$ alors $p_1 = p_2 = p_3 = \dots\dots = p_i = \dots\dots. = p_n = \frac{1}{n}$

On dit qu'il y a équiprobabilité.

Dans ce cas pour A ∈ $P\ (E\ )$ on a $p(A) = \frac{Nombre\ de\ cas\ favorables\ à\ la\ réalisation\ de\ A}{Nombre\ de\ cas\ possibles}$

ou aussi $p(A) = \frac{Card\ (A\ )}{Card\ (\ E\ )}$

Exemple :

Une urne contient 10 boules identiques , 6 rouges et 4 jaunes. On tire successivement et sans remise 3 boules.

Quelle est la probabilité de tirer : A 3 boules rougeset et B 1 boule rouge et 2 boules jaunes.

$p(A) = \frac{A_6^3}{A_{10}^3} = \frac{1}{6}$ ou $p(A) = \frac{6\times5\times4}{10\times9\times8} = \frac{1}{6}$

$$p(B) = \frac{A_6^1 \times A_4^2}{A_{10}^3} = \frac{3}{10} \qquad ou \qquad p(B) = \frac{6\times4\times3}{10\times9\times8} + \frac{4\times3\times6}{10\times9\times8} + \frac{4\times6\times3}{10\times9\times8} = 3\times\left(\frac{6\times4\times3}{10\times9\times8}\right) = = \frac{3}{10}$$

2) On tire successivement et avec remise 3 boules.

Quelle est la probabilité de tirer : A 3 boules rouges et

B 1 boule rouge et 2 boules jaunes.

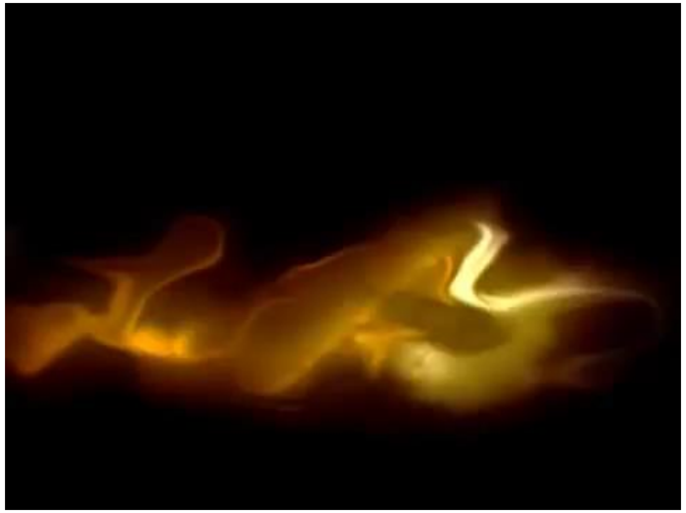
$$p(A) = \frac{6\times6\times6}{10\times10\times10} = \frac{27}{125}$$

$$p(B) = \frac{6\times4\times4}{10\times10\times10} + \frac{4\times4\times6}{10\times10\times10} + \frac{4\times6\times4}{10\times10\times10} = 3\times\left(\frac{6\times4\times4}{10\times10\times10}\right) = \frac{36}{125}$$

https://youtu.be/4xaz7-XH6XY
Link de la première capsule vidéo à visionner

Mirna Achkar

https://youtu.be/rg3q51xsqzA
Link de la deuxième capsule vidéo à visionner



7-Exercices à travailler.

Dans le livre : Page 87 les numéros : 1, 4, 5, 6, I et II

Page 91 les numéros : 1 → 6 ; 7 → 11 ; 12 → 17 ; 18 → 23 ;

24 → 30 ; 31 → 36 ; 37 → 39 ; I,II,III,IV