

Probabilités

1- Généralités

Lors d'une expérience aléatoire :

- L'univers Ω est l'ensemble des résultats possibles.
- Un événement A est une partie de l'univers.
- Un événement élémentaire est un événement ne comportant qu'un seul élément.
- L'événement contraire de l'événement A est l'événement noté \bar{A} formé de tous les éléments de Ω n'appartenant pas à A .
- L'événement $A \cap B$ (noté aussi « A et B ») est l'événement formé des éléments de Ω appartenant à A et à B .
- L'événement $A \cup B$ (noté aussi « A ou B ») est l'événement formé des éléments de Ω appartenant au moins à l'un des événements A ou B .
- Deux événements A et B sont dits incompatibles si $A \cap B = \emptyset$.

2- Probabilités

- Si $\Omega = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ et si à chaque résultat possible e_i on associe un nombre $p(e_i)$ tel que $0 \leq p(e_i) \leq 1$ et $p(e_1) + p(e_2) + \dots + p(e_n) = 1$, on dit que l'on a défini une loi de probabilité sur Ω .
- La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent.

Pour tous événements A et B :

- $p(\emptyset) = 0$; $p(\Omega) = 1$
- $0 \leq p(A) \leq 1$
- $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$;
- $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

(si A et B sont incompatibles, $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$)

- Dans le cas de l'équiprobabilité, $p(A) = \frac{\text{nb des éléments de } A}{\text{nb des éléments de } \Omega} = \frac{\text{nb de cas favorables}}{\text{nb de cas possibles}}$

Exemple : Tirage au hasard d'une carte dans un jeu de 32 cartes avec les événements :

$$p(\text{la carte tirée est un roi}) = \frac{4}{32}$$

$$p(\text{la carte tirée est un coeur}) = \frac{8}{32}$$

$$p(\text{la carte tirée est un roi et un coeur}) = \frac{1}{32}$$

$$p(\text{la carte tirée est un roi ou un coeur}) = \frac{4}{32} + \frac{8}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$$

Exercices

I- Dans une université il y a 200 étudiants, chacun d'eux étudie soit le génie soit la médecine soit le droit. Ces étudiants sont distribués comme le montre le tableau suivant :

	Génie	Médecine	Droit
Filles	22	25	31
Garçons	46	40	36

Un étudiant est choisi au hasard parmi ces 200 étudiants.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants:

- 1- A: "L'étudiant choisi est un garçon qui étudie la médecine".
- 2- B: "L'étudiant choisi est un garçon sachant qu'il étudie la médecine".
- 3- C: "L'étudiant choisi n'étudie pas le génie sachant que c'est une fille".
- 4- D: "L'étudiant choisi étudie le droit ou c'est un garçon".

II- 1. Un menu proposé par un restaurant comporte une entrée, un plat et un dessert. Les clients ont le choix entre deux entrées, trois plats et deux desserts. Combien de menus différents peut-on constituer ?

2. Les clients peuvent, s'ils le désirent, prendre seulement un plat et un dessert notés P1, P2, P3, D1 et D2.

a. On a constaté que :

- 30 % des clients ont choisi P2,
- 40 % des clients ont choisi D2 et parmi eux, 25 % ont choisi P2.

Recopier et compléter :

	D1	D2	Total
P1	14		20
P2			
P3			
Total			100

b. On considère au hasard un client. Déterminer les probabilités des événements suivants :

A : le client a choisi P2 ; B : le client a choisi D1 ; C : le client a choisi P3 et D1 ;

D : le client a choisi P1 ou P2 ; E : le client a choisi P3 ou D2.

c. Définir par une phrase les événements : $A \cup B$, $A \cap B$, \bar{A} et $\overline{A \cup B}$ puis déterminer la probabilité de chacun de ces événements.

d. On considère au hasard un client qui a choisi P2. Quelle est la probabilité de l'événement F : le client a choisi D2 ?