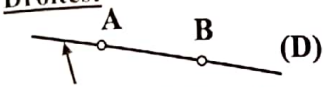
Révision De Géométrie

1) Droites, demi-droites et segments

Droites:

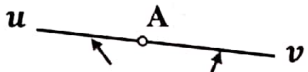


Droite (D) ou (AB) ou (BA)

Droite (xy) ou (yx)

Demi-droites:

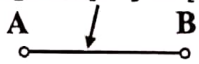
Origine de la demi-droite [Ox)



Demi-droites [Au) et [Av)

Segments:

Segment [AB] ou [BA]



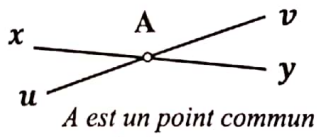
A et B sont ses extrémités

Sa longueur est AB

2) Positions relatives de deux droites

Droites concourantes:

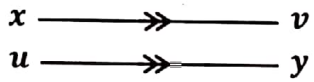
*(xy) et (uv) sont des droites **concourantes** en point A*



A est un point commun des droites (xy) et (uv)

Droites parallèles:

*(xy) et (uv) sont **parallèles**. On écrit (xy) // (uv)*



*(xy) et (uv) n'ont **aucun point** commun*

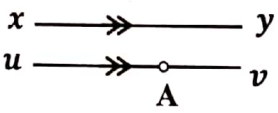
Droites confondues:

*(xy) et (uv) sont **confondues***

***Touts leurs points** sont communs*

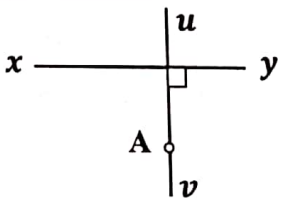
3) Droites parallèles et perpendiculaires

Propriété (1):



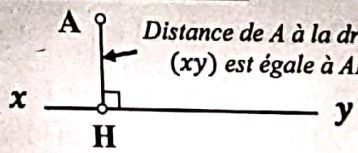
*Une **seule** droite (uv) peut être mené du point A et **parallèle** à (xy).*

Propriété (2):



*Une **seule** droite (uv) peut être menée par le point A et **perpendiculaire** à (xy).*

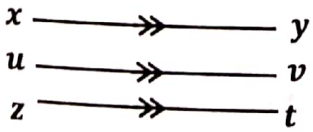
Projeté orthogonal



*Point H est le **projeté orthogonal** du point A sur la droite (xy). Ou on dit: H est le **pied** de la **perpendiculaire** menée du A à la droite (xy).*

Propriété (3):

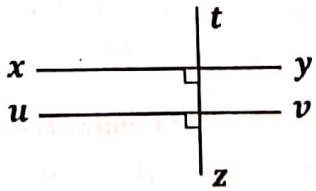
Si deux droites sont parallèles à une même troisième, donc elles sont parallèles elles.



Si (xy) // (zt) et (uv) // (zt), donc: (xy) // (uv).

Propriété (4):

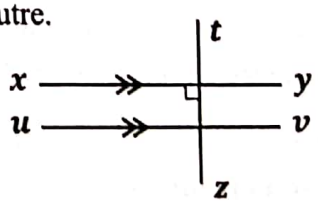
Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, donc elles sont parallèles entre elles.



Si (xy) ⊥ (zt) et (uv) ⊥ (zt), donc: (xy) // (uv).

Propriété (5):

Si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.



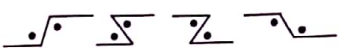
Si (xy) // (uv) et (zt) ⊥ (xy), donc: (zt) ⊥ (uv).

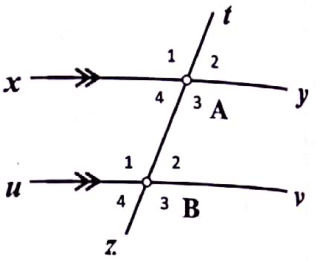
Scanned with CamScanner

4) Angles et Droites

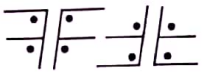
On donne (xy) // (uv); (zt) est une sécante coupant (xy) en A et (uv) en B.

- ✓ $\widehat{A_3} + \widehat{A_2} = 180°$; $\widehat{A_1} + \widehat{A_4} = 180°$; $\widehat{B_1} + \widehat{B_4} = 180°$; etc. (angles supplémentaires).
  $\widehat{A_3} + \widehat{B_2} = 180°$; $\widehat{A_4} + \widehat{B_1} = 180°$ sont dites angles **internes du même côté**.
- ✓ $\widehat{A_1} = \widehat{A_3}$; $\widehat{A_2} = \widehat{A_4}$; $\widehat{B_1} = \widehat{B_3}$; $\widehat{B_2} = \widehat{B_4}$ (angles **opposés par le sommet**).
- ✓ $\widehat{A_4} = \widehat{B_2}$; $\widehat{A_3} = \widehat{B_1}$. (angles **alternes-internes**).





- ✓ $\widehat{A_3} = \widehat{B_3}$; $\widehat{A_4} = \widehat{B_4}$; $\widehat{A_2} = \widehat{B_2}$; $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ (angles **correspondants**).



On donne deux droites (xy) et (uv); (zt) est une secante coupant (xy) en A et (uv) en B.

- ✓ ***Si deux des angles alternes-internes sont égaux, donc (xy) // (uv).***
  Exemples: Si $\widehat{A_4} = \widehat{B_2}$ <u>ou</u> $\widehat{A_3} = \widehat{B_1}$; *donc (xy) // (uv).*
- ✓ ***Si deux des angles correspondants sont égaux, donc (xy) // (uv).***
  Exemples: Si $\widehat{A_3} = \widehat{B_3}$ <u>ou</u> $\widehat{A_4} = \widehat{B_4}$ <u>ou</u> $\widehat{A_2} = \widehat{B_2}$ <u>ou</u> $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$; *donc (xy) // (uv).*

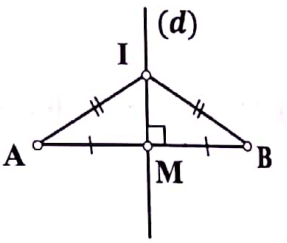
5) La médiatrice d'un segment

On donne: (d) est la médiatrice du segment [AB].
Donc:
<u>Propriété (1):</u> (d) est perpendiculaire à [AB] en son milieu M.

<u>Propriété (2):</u> Tout point I appartient à la médiatrice (d) du segment [AB], est **équidistant** de ses extrémités A et B c.à.d. **IA = IB**.

On donne: [AB] est un segment, et I est un point tel que IA = IB.

<u>Propriété:</u> Tout point I **équidistant** des extrémités A et B d'un segment [AB], appartient à sa **médiatrice** (d).



*A et B sont les **extrémités** de [AB]*

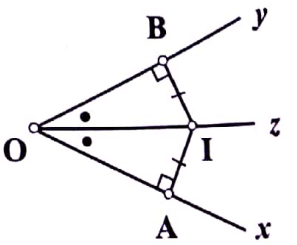
6) La bissectrice d'un angle

On donne: [Oz) est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.
Donc:
<u>Propriété (1):</u> [Oz) partage $\widehat{xOy}$ en deux angles adjacents égaux:
$\widehat{xOz} = \widehat{zOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2}$.

<u>Propriété (2):</u>Tout point I appartient à la bissectrice [Oz) de l'angle $\widehat{xOy}$, est **équidistant** de ses côtés [Ox) et [Oy), c.à.d. **IA = IB**.

On donne: un angle $\widehat{xOy}$, point A est sur [Ox), point B est sur[Oy), et I est un point tel que: (IA) ⊥ [Ox) en A, (IB) ⊥ [Oy) en B et IA = IB.

<u>Propriété:</u> Tout point I **équidistant** des côtés [Ox) et [Oy) d'un angle $\widehat{xOy}$, appartient à sa **bissectrice** [Oz).



*[Ox) et [Oy) sont les **côtés** of $\widehat{xOy}$*

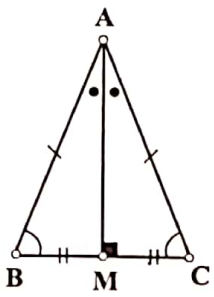
Scanned with CamScanner

7) Triangles

a. Types des triangles:

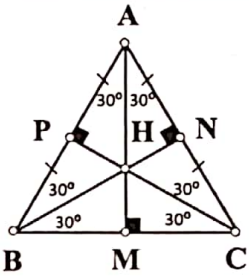
Triangle isocèle

ABC est un triangle isocèle:
- ✓ *A est son sommet* ***principal,***
- ✓ $AB = AC$,
- ✓ *[BC] est sa* ***base,***
- ✓ $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$, *sont ses angles à la* ***base.***



[AM] est une:
- ✓ ***médiane,***
- ✓ ***altitude,***
- ✓ ***bissectrice*** *de l'angle* $\widehat{BAC}$
- ✓ *et* ***médiatrice*** *de [BC].*

Triangle équilatéral



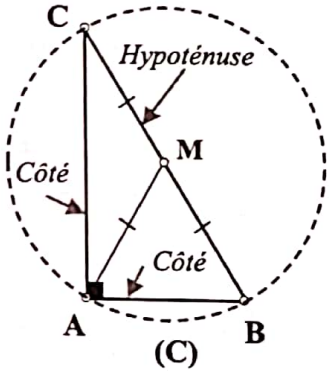
[AM], [BN] et [CP] sont:
- ✓ ***médianes,***
- ✓ ***altitudes,***
- ✓ ***bissectrices*** *des angles*
- ✓ *et* ***médiatrices*** *des côtés.*

ABC est un triangle équilatéral:
- ✓ $AB = AC = BC$,
- ✓ $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 60°$.

Triangle rectangle

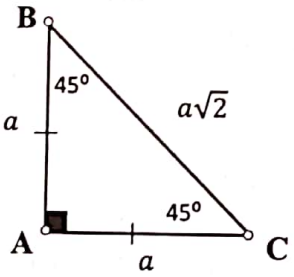
ABC est un triangle rectangle en A, [AM] est la médiane relative à l'hypoténuse [BC]. Donc:

- ✓ $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90°$.
- ✓ $AM = \frac{BC}{2}$.
- ✓ $MA = MB = MC$.
- ✓ M est le centre du cercle (C) **circonscrit** au triangle ABC. Son **diamètre** est [BC].
- ✓ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (théorème de **Pythagore**).

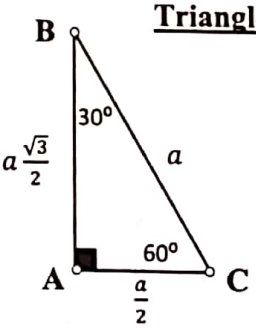


On donne un triangle ABC, et M est le milieu de [BC].
Donc ABC est un triangle **rectangle** en A si <u>une</u> des conditions suivantes est satisfaite: ✓ $\widehat{BAC}$ est un angle **droit.** ✓ $AM = \frac{BC}{2}$.
- ✓ $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (**Réciproque** du théorème de **Pythagore**).
- ✓

Triangle rectangle isocèle



Triangle demi-équilatéral

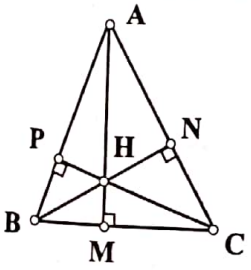


AC $= \frac{BC}{2}$ (Côté oppose à 30^0)

AB $= BC\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Côté oppose à 60^0)

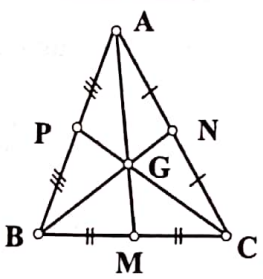
b. Droites remarquables dans un triangle:

Hauteurs (Altitudes)



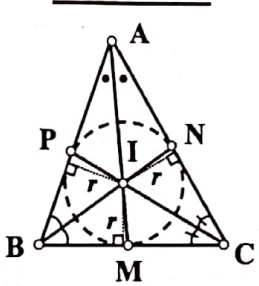
H: Orthocentre
Point d'intersection des hauteurs

Médianes



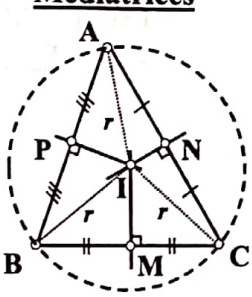
G: Centre de gravité
Point d'intersection des médianes

Bissectrices



I: centre du cercle inscrit
Point d'intersection des bissectrices

Médiatrices



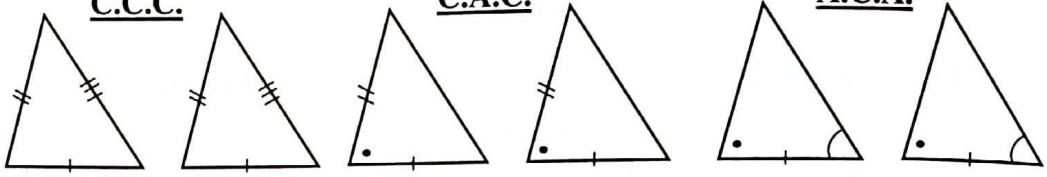
I: centre du cercle circonscrit
Point d'intersection des médiatrices

$$AG = \frac{2}{3}AM \; ; \; GM = \frac{1}{3}AM \; ; \; GM = \frac{1}{2}AG$$

Scanned with CamScanner

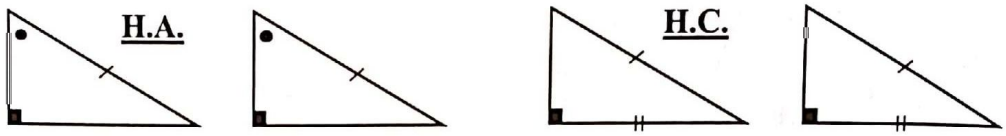
c. Cas d'égalité (deux triangles quelconques):

C.C.C. **C.A.C.** **A.C.A.**



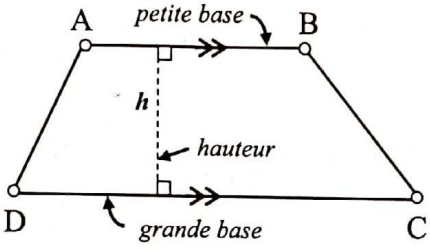
d. Cas d'égalité (deux triangles rectangles):

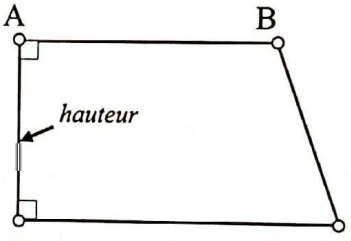
H.A. **H.C.**



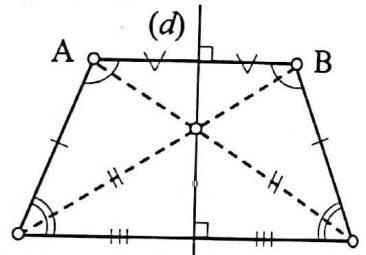
8) Le théorème des milieux

a. Trapèze: Un **trapèze** est un quadrilatère ayant **exactement** deux **côtés parallèles**.





Trapèze rectangle



Trapèze isocèle

Comment démontrer qu'un trapèze est rectangle?

Démontrer que:

- ✓ un de ses angles est **droit**.

Comment démontrer qu'un trapèze est isocèle?

Démontrer une des conditions suivantes:

- ✓ Les **angles** adjacents à une des bases sont **égaux**.
- ✓ Les **côtés non-parallèles** sont **égaux**.
- ✓ Les **diagonales** sont **égales**.
- ✓ Les bases ont la **même médiatrice**.

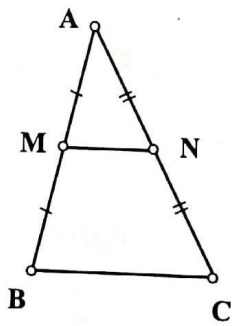
b. Théorème des milieux dans un triangle:

Propriété (1):

Dans un triangle ABC, si:

- ✓ M est le **milieu** de [AB] et
- ✓ N est le **milieu** de [AC]. Donc:

(MN) // (BC) et **$MN = \frac{BC}{2}$.**

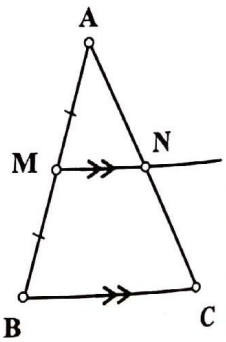


Propriété (2):

Dans un triangle ABC, si:

- ✓ M est le **milieu** de [AB] et
- ✓ (MN) est **parallèle** à [BC], où N est sur [AC]. Donc:

N est le milieu de [AC].



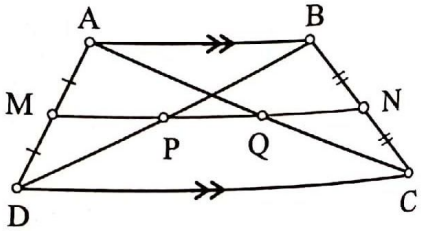
c. Théorème des milieux dans un trapèze:

Propriété (1):

Dans un trapèze ABCD, si:

- ✓ M, N, P et Q sont les **milieux de** [AD], [BC], [BD] et [AC] respectivement.

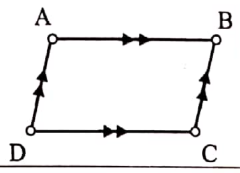
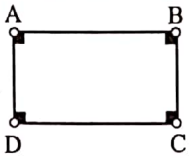
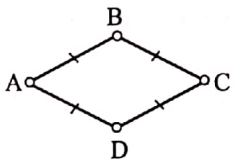
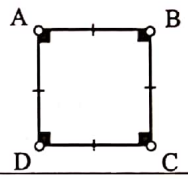
Donc: **(MN) // (AB) // (CD)** ; **$MN = \frac{AB + CD}{2}$** ; **$PQ = \frac{CD - AB}{2}$**



Scanned with CamScanner

9) Quadrilatères

a. Propriétés:

	Parallélogramme	Rectangle	Losange	Carré
				
Côtés	Côtés opposés sont = et //	Côtés opposés sont = et //	Côtés opposés sont // + Quatre côtés sont =	Côtés opposés sont // + Quatre côtés sont =
Angles	Angles opposés sont = et angles adjacents sont supplémentaires	Quatre angles sont droits	Angles opposés sont = et angles adjacents sont supplémentaires	Quatre angles sont droits
Diagonales	Se coupent en leur milieu	sont égaux et se coupent en leur milieu	sont ⊥ et se coupent en leur milieu	sont ⊥, égaux et se coupent en leur milieu
Centre de symétrie	① point d'intersection des diagonales	① point d'intersection des diagonales	① point d'intersection des diagonales	① point d'intersection des diagonales
Axes de symétrie	Aucune	② médiatrices des côtés opposés	② supports des diagonales	④ supports des diagonales+ ⊥ médiatrices des côtés opposés

b. Comment démontrer?

Comment démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme?

- ✓ les côtés opposés sont **parallèles**.
- ✓ les côtés opposés sont **égaux**.
- ✓ deux côtés opposés sont **égaux** et **parallèles**.
- ✓ les diagonales **se coupent en leur milieu**.
- ✓ Les angles opposés sont **égaux**.
- ✓ le point d'intersection des diagonales, est un **centre de symétrie**.

Comment démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle?

- ✓ **trois** angles sont **droits**.
- ✓ les diagonales **se coupent en leur milieu** et sont **égaux.**
- ✓ le quadrilatère est un **parallélogramme**, plus un des suivants:
  - ■ un angle est **droit**.
  - ■ diagonales sont **égaux.**

Comment démontrer qu'un quadrilatère est un losange?

- ✓ **quatre** côtés sont **égaux.** (D'après la définition)
- ✓ les diagonales **se coupent en leur milieu** et **perpendiculaires.**
- ✓ Les supports des diagonales sont des **axes de symétrie**.
- ✓ le quadrilatère est un **parallélogramme**, plus un des suivants:
  - ■ deux côtés consécutifs sont **égaux**.
  - ■ les diagonales sont **perpendiculaires**.
  - ■ les diagonales sont **bissectrices** de ses angles.

Comment démontrer qu'un quadrilatère est un carré?

- ✓ **quatre** côtés sont **égaux** et **un** angle est **droit**.
- ✓ les **diagonales** sont **égaux**, **perpendiculaire** et **se coupent en leur milieu**.
- ✓ les **diagonales** sont **égaux, se coupent en leur milieu** et **sont les bissectrices de ses angles**.
- ✓ le quadrilatéral est un **losange** plus un des suivants:
  - ■ **1** angle **droit.** ■ **diagonales** sont **égaux**.
- ✓ le quadrilatère est un **rectangle** plus un des suivants:
  - ■ **2 côtés consécutifs** sont **égaux.**
  - ■ **diagonales sont ⊥.**
- ✓ le quadrilatère est un **parallélogramme,** plus un des suivants:
  - ■ **2 côtés consécutifs** sont **égaux** et **1 angle** est **droit.**
  - ■ **diagonales sont ⊥ et égaux.**

Scanned with CamScanner

10) Cercles

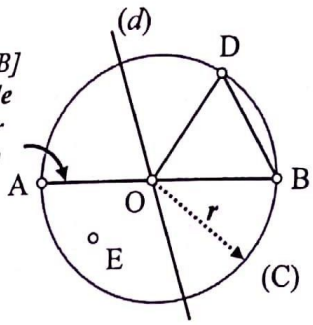
a. Positions relatives d'un point et d'un cercle

A est **sur** (C), donc: **OA = r.**

E est **intérieur** à (C), donc: **OE < r.**

F est **extérieur** à (C), donc: **OF > r.**

*Diamètre [AB] est une **corde** passant par l'origine O*



- ✓ *Cercle C(O; r).*
- ✓ *[OA], [OB], [OD] sont des **rayons** de (C).*
- ✓ *[BD] est une **corde** de (C).*
- ✓ *[AB] est un **diamètre** de (C).*
- ✓ *O est un **centre de symétrie** de (C), tandis que (d) est un **axe de symétrie** de (C).*

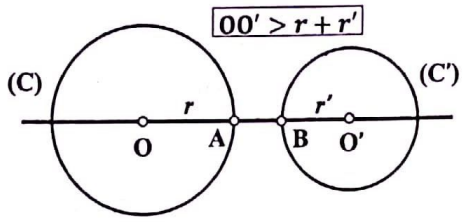
Si **OA = r**, donc A est **sur** (C).

Si **OE < r**, donc E est **intérieur** à (C).

Si **OF > r**, donc F est **extérieur** à (C).

b. Positions relatives de deux cercles:

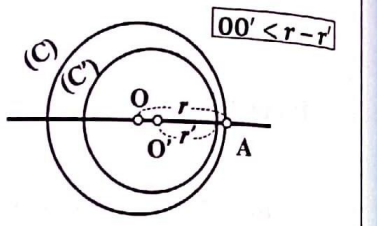
$OO' > r + r'$



Cercles extérieurs (Disjoints extérieurs)

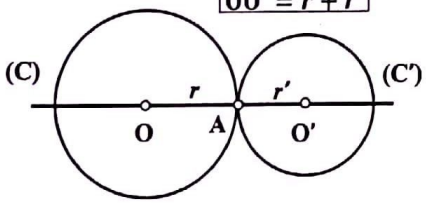
*Dans tous les cas, la **ligne des centres** (OO') est un axe de symétrie de la figure formée par les deux*

$OO' < r - r'$



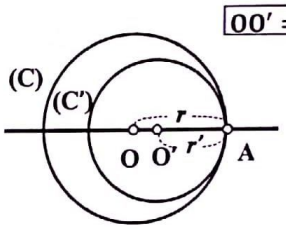
Cercles intérieurs (Disjoints intérieurs)

$OO' = r + r'$



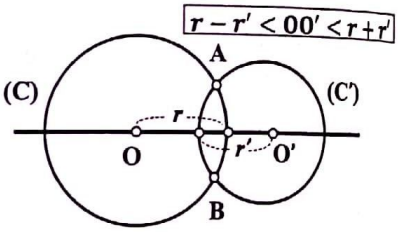
Cercles tangents extérieurement

$OO' = r - r'$



Cercles tangents intérieurement

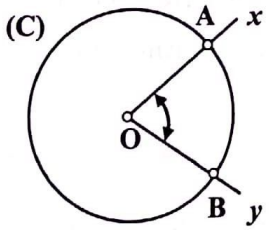
$r - r' < OO' < r + r'$



Cercles sécants

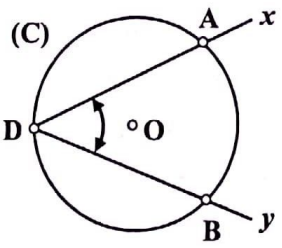
c. Arcs et angles:

Angle au centre



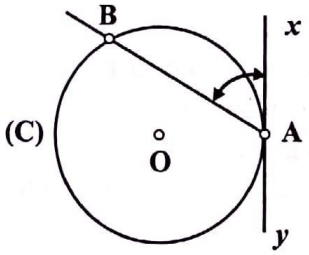
$\widehat{xOy} = m.\widehat{AB}$

Angle inscrit



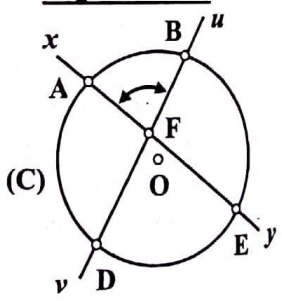
$\widehat{xDy} = \frac{m.\ \widehat{AB}}{2}$

Angle formé par tangente et corde



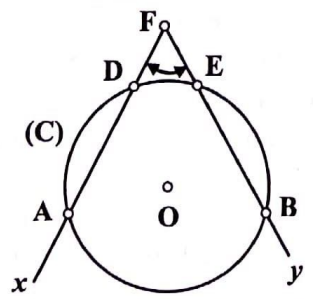
$\widehat{xAB} = \frac{m.\ \widehat{AB}}{2}$

Angle intérieure

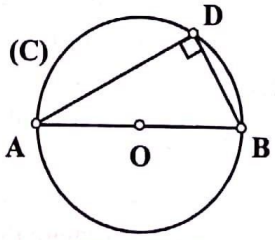


$\widehat{AFB} = \frac{m.\ \widehat{AB} + m.\ \widehat{DE}}{2}$

Angle extérieure

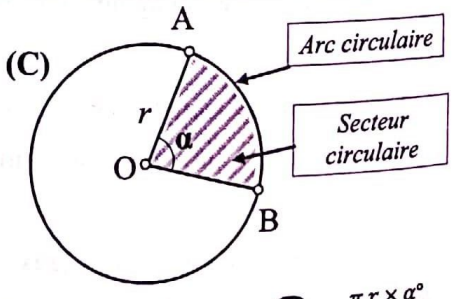


$\widehat{AFB} = \frac{m.\ \widehat{AB} - m.\ \widehat{DE}}{2}$



$\widehat{ADB} = 90°$

*On dit un angle **inscrit dans un demi-cercle.***



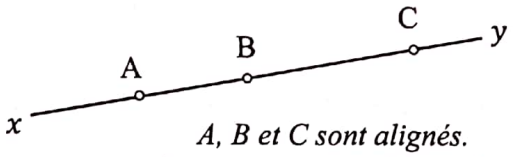
Longueur de l'arc $\widehat{AB} = \frac{\pi r \times \alpha°}{180°}$

Aire du secteur circulaire $AOB = \frac{\pi r^2 \times \alpha°}{360°}$

Scanned with CamScanner

11) Comment démontrer trois points sont alignés?

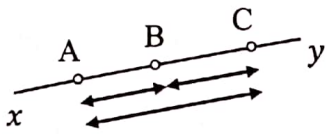
- ✓ Trois points distincts sont dits **alignés**, s'ils sont placés sur la **même** droite.
- ✓ Si A, B et C (dans cet ordre) sont alignés, donc:
  - $AC = AB + BC$.
  - $\widehat{ABC}$ est un angle plat ou $\widehat{ABC} = 180°$.



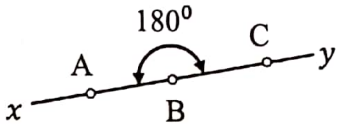
A, B et C sont alignés.
Ils appartiennent à la droite (xy)*, ou placés sur* (xy).

- ✓ Pour démontrer trois points A, B et C dans cet ordre sont **alignés**, utiliser <u>une</u> des **méthodes** suivantes:

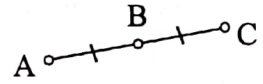
<u>Démontrer que</u>:
AB + BC = AC



<u>Démontrer que</u>:
$\widehat{ABC}$ est un **angle plat** ou $\widehat{ABC} = 180°$.

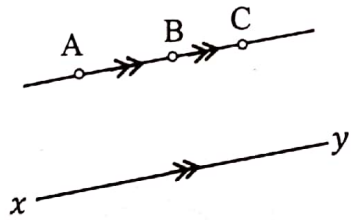


<u>Démontrer que</u>:
B est le **milieu** du segment [AC] s'il est possible.



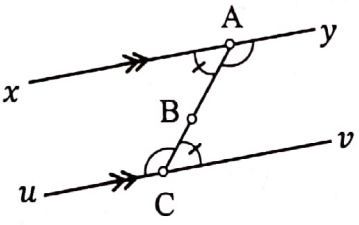
On donne une droite (xy).

<u>Démontrer que</u>:
(AB) // (xy)
et **(BC) // (xy)**.



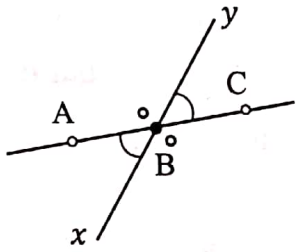
Si : (xy) // (uv);
A est sur (xy);
et C est sur (uv);

<u>Démontrer que</u>:
$\widehat{xAB} = \widehat{vCB}$.
ou $\widehat{yAB} = \widehat{uCB}$.



Si : B est sur la droite (xy);

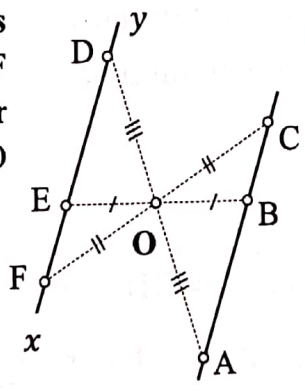
<u>Démontrer que</u>:
$\widehat{ABx} = \widehat{CBy}$.
ou $\widehat{ABy} = \widehat{CBx}$.



<u>On donne</u>: D, E et F sont sur la droite (xy);
et un point O n'est pas sur (xy).

<u>Démontrer que</u>:

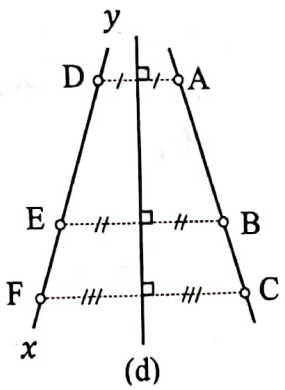
A, B et C sont les **images** de D, E et F **symétriquement** par rapport à O respectivement.



<u>On donne</u>: D, E et F sont sur la droite (xy);
et une droite (d).

<u>Démontrer que</u>:

A, B et C sont les **images** de D, E et F **symétriquement** par rapport à (d) respectivement.



Scanned with CamScanner