Collège des Sœurs des Saints-Cœurs Bickfaya

Année Académique 2024-2025
Matière : Maths
Classe : S2S
Date : 15/5/2025

Fiche de revision pour la fin d'année.

Exercice 1.

Trois termes consécutifs d'une suite arithmétique ont pour somme 48 et pour produit 3952.

Quels sont ces termes ?

Exercice 2.

Ecrire sous forme d'un quotient le rationnel : 0,32323232…

Exercice 3.

Calculer A = $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \ldots\ldots \ldots + \frac{1}{6561}$

Exercice 4.

Soit $(V_n)\ n \in N^*$, la suite définie par $V_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$. Montrer que (V_n) est minorée par 0 et majorée par $\frac{1}{2}$.

Que peut-on déduire ?

Exercice 5.

Soit la suite récurrente $(U_n)\ n \in$N, définie par $U_{n+1} = \frac{5U_n + 3}{U_n + 3}$ $\forall\ n \in$N et $U_0 = 1$.

Soit la suite récurrente $(V_n)\ n \in$N, définie par $V_n = \frac{U_n - 3}{U_n + 1}$ $\forall\ n \in$N .

1) Montrer que $0 \leq U_n \leq 3$, $\forall\ n \in$N.

2) a) Etudier la monotonie de la suite $(U_n)\ n \in$N.

b) Que peut-on déduire pour la suite $(V_n)\ n \in$N ?

3) Montrer que la suite $(V_n)\ n \in$N, est géométrique et déterminer sa raison et son premier terme

4) Déterminer V_n en fonction de n et en déduire $U_n$en fonction de n.

5) Déterminer lim V_n et lim U_n.

6) Calculer $S_{13} = V_0 + V_1 + V_2 + V_3 \ldots\ldots\ldots V_{13}$.

Exercice 6.

On considère la suite (U_n) pour tout entier naturel n définie par U_0 = 1 et $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n$ + n – 2.

1) Calculer U_1 , U_2 et U_3 .
2) a) Démontrer que pour tout entier naturel n ≥ 4 , $U_n \geq 0$.
   b) En déduire que pour tout entier naturel n ≥ 5 , $U_n \geq$ n – 3 .
3) On définit la suite (V_n) pour tout entier naturel par :
   V_n = -2 U_n + 3n - $\mathbf{\frac{21}{2}}$ **.**
   a) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

b) En déduire que pour tout entier naturel n , $\boldsymbol{U_n} = (\frac{25}{4})(\frac{1}{3})^n + \frac{3}{2}\mathbf{n} - \frac{21}{4}$.

c) Soit la somme S_n définie pour tout entier naturel n par $\boldsymbol{S_n} = \sum_{k=0}^{n} \boldsymbol{U_k}$.
Déterminer l'expression de S_n en fonction de n .

Exercice 7.

A. Soit θ un réel tel que $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$. On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 2\cos\theta$ et $U_{n+1} = \sqrt{2 + U_n}$ pour tout entier naturel n .

a) Calculer les trois premiers termes de (U_n) en fonction de θ .

b) Montrer , par récurrence que pour tout entier naturel n , on a $U_n = 2\cos(\frac{\theta}{2^n})$

c) On définit la suite (V_n) pour tout entier naturel par : $V_n = \frac{\theta}{2^n}$. Calculer la limite de V_n . Quelle est sa limite ?

d) En déduire que (U_n) est une suite convergente . Quelle est sa limite.

B. a) Calculer les intégrale suivante : $\int (x^2 + x)\,dx$; $\int \frac{x^3+5x^2-1}{x^2}\,dx$; $\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\,dx$;
$\int_0^{\pi} (\cos x)^3 \sin x\,dx$; $\int_1^3 \frac{|x-2|}{(x^2-4x)^2}\,dx$.

b) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par les deux arcs de paraboles
$Y = x^2 - 1$ et $y = \frac{-1}{3}(x^2 - 4x - 5)$.

Exercice 8.

Dans le tableau ci-dessous, une seule réponse à chaque question est correcte. Ecrire le numéro de la question et la réponse correspondante **en justifiant** votre choix.

N°	Questions	Réponses		
		A	B	C
1	La forme trigonométrique du nombre complexe $z = \sqrt{3} - i$ est :	$2(\cos\left(\frac{-\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{6}\right))$	$2(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{3}\right))$	$2(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right))$
2	Si $\bar{z} - \frac{1}{z} = 0$ $avec$ $z \neq 0$, alors le point M d'affixe z décrit :	La droite $y = x$	L'axe $x'Ox$	Le cercle C(O,1)
3	La valeur de l'expression $(2+i)^2 - \frac{1}{3+i} =$	$2.7 + 4.1i$	$27 + 41i$	$4.1 + 2.7i$
4	La solution de l'équation $\frac{1-iz}{z+i} = 1 + i$ est $\bar{z} =$	$2 - i$	$2 + i$	$-2 - i$
5	Si $Z = \frac{iz}{z+1-i}$ alors :	$\bar{Z} = \frac{i\bar{z}}{\bar{z}-1+i}$	$\bar{Z} = \frac{i\bar{z}}{\bar{z}+1+i}$	$\bar{Z} = \frac{-i\bar{z}}{\bar{z}+1+i}$
6	$z_A = 1 - \frac{1}{2}i$, $z_B = \frac{5}{2}i$ et $z_C = 2 + \frac{3}{2}i$ sont les affixes de points A, B et C dans le plan d'un repère orthonormal (O,$\vec{u}$, $\vec{v}$). Alors le triangle ABC est :	Isocèle	Rectangle isocèle	Rectangle

Exercice 9.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}$, $\vec{v}$).

On associe à tout nombre complexe z le nombre complexe z' tel que $z' = z^2 - (9-2i)z + 26$.
1) Déterminer u pour que $u^2 = 3 + 4i$.
2) Résoudre $z^2 - (9-2i)z + 26 = 0$.

Exercice 10.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
On donne le nombre complexe Z tel que $Z = \frac{-2iz}{z-i}$.
On pose $z = x + iy$ avec x et y deux réels.
1) Ecrire la forme algébrique du nombre Z .
2) En déduire $Re(Z)$ et Im(Z).
3) x et y sont les coordonnées d'un point M du plan complexe. Déterminer l'ensemble des points M pour que :
a) Z soit réel.
b) Z soit imaginaire pur.

Exercice 11.

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O ;\vec{u}, \vec{v})$, on considère les points M et M' d'affixes respectives z et z' telles que : $z' = (1 + i\sqrt{3})z - 2$.
1) On suppose dans cette partie que $z = 1 + i$.
a) Montrer que le point M' appartient à la droite d'équation $y = -x$.
b) Montrer que le triangle OMM' est rectangle en O.
2) Soit I le point d'affixe -2.
a) Vérifier que $|z' + 2| = 2|z|$.
b) Démontrer que, lorsque M décrit le cercle de centre O et de rayon 2, M' décrit un cercle fixe dont on déterminera le centre et le rayon.
3) On pose $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$ où x, y, x' et y' sont des réels.
a) Exprimer x' et y' en fonction de x et de y.
b) Montrer que si M décrit la droite d'équation $y = -x\sqrt{3}$, alors M' décrit une droite que l'on précisera.

Exercice 12.

Une urne contient deux boules rouges numérotées 0, trois boules vertes numérotées 1 et cinq boules bleues numérotées 2. On tire simultanément et au hasard trois boules de cette urne et on considère les évènements suivants.
A : Les trois boules tirées sont de la même couleur.
B : Le produit des numéros portés par les trois boules tirées est différent de 0.
C : Le produit des numéros portés par les trois boules tirées est un nombre pair.

1) Calculer la probabilité de l'évènement A et montrer que $P(B) = \frac{7}{15}$.
2) Calculer P(C).
3) Sachant que le produit des nombres portés par les trois boules tirées est différent de 0, calculer la probabilité que les trois boules tirées soient de la même couleur.
4) On note X la variable aléatoire qui représente le nombre de boules rouges obtenues dans le tirage des trois boules.
   a) Quelles sont les valeurs possibles des x.
   b) Montrer que $P(X=1) = \frac{7}{15}$.
   c) Déterminer la loi de probabilité de X et calculer l'espérance de X.

Exercice 13.

On considère deux sacs **S1** et **S2** tels que:
S1 contient **six** cartes numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6.

S2 contient **cinq** cartes numérotées 0, 1, 2, 4, 5.
A
Une carte est tirée au hasard du sac **S1** :
*si elle porte l'un des numéros 1 ou 2, on tire simultanément et au hasard **trois** cartes du sac **S2**.
*si elle porte l'un des numéros 3, 4, 5 ou 6, on tire simultanément et au hasard **deux** cartes du sac **S2**.
On considère les événements suivants :
K : « la carte tirée du sac **S1** porte l'un des numéros 1 ou 2 ».
L : « la carte tirée du sac **S1** porte l'un des numéros 3, 4, 5 ou 6».
E : « Le produit des numéros portés par les cartes tirées du sac **S2** est zéro ».
1) a) Calculer les probabilités p(K) et p(L).
b) Montrer que p $(E \cap K) = \frac{1}{5}$.
c) Calculer $p(E \cap L)$ et déduire p(E).
2) Sachant que le produit des numéros portés par les cartes tirées du sac **S2** est zéro, calculer la probabilité que l'on ait tiré trois cartes de **S2** .
B
Dans cette partie, on utilise **seulement** le sac **S2**.
On tire simultanément et au hasard **trois** cartes de ce sac.
Soit X la variable aléatoire égale au plus grand des numéros portés par les trois cartes tirées, ainsi les valeurs possibles de X sont 2, 4 et 5 .
Démontrer que $p(X= 4) = \frac{3}{10}$ et déterminer la loi de probabilité de X.

<u>Exercice 14.</u>

On considère deux urnes.
Une urne U contient 10 cartes : 3 marquées par le lettre A; 5 marquées par le lettre B et 2 marquées par le lettre C.
Une urne V contient 6 boules : 2 rouges et 4 vertes.

Un joueur joue le jeu comme le suivant :
Le joueur commence le jeu par tire rune carte de l'urne U.
• Si cette carte est marquée A, alors il tire deux boules de l'urne V l'une après l'autre avec remise.
• Si cette carte est marquée B, alors il tire deux boules de l'urne V l'une après l'autre sans remise.
• Si cette carte est marquée C, alors on ajoute une boule rouge à l'urne V, puis le joueur tire deux boules simultanément de V.
Le joueur gagne le jeu s'il tire deux boules rouges de l'urne V.
On considère les évènements suivants :
A : « la carte tirée de U est marquée A »
B : « la carte tirée de U est marquée B »
C : « la carte tirée de U est marquée C »
G : « la joueur gagne le jeu »

1) Calculer $p(G/A)$. Déduire que $p(G \cap A) = \frac{1}{30}$.
2) Montrer que $p(G \cap C) = \frac{1}{35}$.
3) Montrer que $p(G) = \frac{2}{21}$.
4) Sachant que le joueur a perdu le jeu, calculer la probabilité qu'il a tire une carte marquée A ou B de U.

<u>Exercice 15.</u>

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{1}{2}x - 1 + \frac{2}{(x-1)^2}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) .
1) Déterminer le domaine de définition de f et calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.

2) Déduire de ce qui précède que (C) admet une asymptote (d) à (C) dont on donnera l'équation.
3) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{2}x - 1$ est l'équation de la deuxième asymptote (D) à (C).
4) Etudier la position de (C) et de son asymptote oblique.
5) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{(x-3)(x^2+3)}{2(x-1)^3}$ et dresser le tableau de variation de f .
6) Ecrire l'équation (T) de la tangente menée au point d'abscisse 2 à (C).
7) Construire (C) et ses asymptotes dans le repère d'étude.
8) Soit g la fonction définie sur]1 ;+∞[par $g(x) = \frac{1}{2}x$.
Montrer que l'équation $f(x) = g(x)$ admet une solution unique $\alpha \in]2{,}41; 2{,}42[$.

Exercice 16.

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2 - 3\,x + 6}{x-2}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal (O ; $\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$) .

Partie1 :

1) Déterminer le domaine de définition de f et calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
2) Déduire de ce qui précède que (C) admet une asymptote (d) à (C) dont on donnera l'équation.
3) Déterminer les réels $a, b\ et\ c$ tel que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$ avec $x \neq 2$.
4) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à (C).
5) Etudier la position de (C) et de son asymptote oblique.
6) Montrer que le point I (2 ; 1) est un centre de symétrie de (C).
7) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f .
8) Ecrire les équations des tangentes menées de O à (C).
9) Construire (C) et ses asymptotes dans le repère d'étude.

Partie2 :

1) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation $f(x) > 6$.
2) On considère la fonction g définie par : $g(x) = |f(x)|$.
Expliquer comment obtenir la courbe (C_g) de la fonction g à partir de (C). Construire (C_g) dans le même repère que (C) avec une autre couleur

Partie3 :

Soit (Δ) la famille de droites d'équation $y = k$ où k est un paramètre réel.
1) Discuter suivant les valeurs de k, le nombre de points d'intersection de (C) et (Δ).
2) Dans le cas où (Δ) coupe (C) en deux points distincts M et N, répondre aux questions suivantes :
a) Déterminer les coordonnées du point J, milieu du segment [MN]. Déterminer le lieu géométrique du point J lorsque k varie.
b) Déterminer k, si possible, MN = $\sqrt{2}$.

Bonus (2pts) :

Dans le cas où (Δ) coupe (C) en deux points M et N, on note P et Q les projetés orthogonaux de M et N sur l'axe des abscisses. Calculer PQ^2 et déterminer en fonction de k l'équation du cercle de diamètre $[PQ]$.

Exercice 17.

A. ABC est un triangle équilatéral de côté a. Sur la perpendiculaire en A au plan de ce triangle, on considère un point S tel que AS=2a et on désigne par I le milieu de [AB].
1) Montrer que (CI) et (SB) sont orthogonales.
2) Soit K le projeté orthogonal de I sut (SB).
a) Montrer que (CK) est perpendiculaire à (SB).
b) Quelle est la nature du triangle CIK?
c) Que lest l'angle des deux plans (SAB) et (SBC)?

B. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct (O; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$), on considère les points A(1;0;-1), E(0;-1;-2), les deux plans (P) d'équation $x - 2y + z = 0$ et (Q) d'équation $x + y + z + 3 = 0$. Soit (Δ) la droite d'intersection de (P) et (Q).

1) Les points A, E et O déterminent -ils un plan?

2) Déterminer l'équation cartésienne du plan (AOE)?

3) Montrer que le plan (P) est perpendiculaire à (Q).

4) Vérifier que la droite (Δ) est définie par : $\left\{\begin{array}{l} x = -t-2 \\ y = -1 \\ z = t \end{array}\right\}$ (t est un paramètre réel).

5) Montrer que E est le projeté orthogonal de A sur (Δ).

6) Soit H le point de (Δ) d'abscisse positive tel que EH = $3\sqrt{2}$. Déterminer les coordonnées de H.

Exercice 18.

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\ \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère le point A(6;-3;2) , le plan (P) d'équation $x + y + 2z - 7 = 0$ et la droite (d) définie par : (d) :$\left\{\begin{array}{l} x = t \\ y = t - 3 \\ z = -t \end{array}\right.$ $t \in R$

1) Montrer que A appartient à (P) et que (d) est parallèle à (P).

2) a) Vérifier que le point C(1;-2;-1) appartient à (d).

b) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (L) passant par C et perpendiculaire à (P).

c) Déterminer le point E symétrique de C par rapport à (P).

d) Déduire un système d'équations paramétriques de la droite (Δ) symétrique de la droite (AC) par rapport à (P).

3) Calculer l'aire du triangle AEC.

BON TRAVAIL