

Travail de vacances.

Objectifs généraux :

- Opérer sur les écritures fractionnaires et les puissances.
- Résoudre des équations.
- Développer et factoriser des expressions.
- Effectuer des calculs sur les racines carrées.
- Faire des démonstrations (quadrilatères particuliers, théorème des milieux, théorème de Pythagore, arcs et angles)

Fiche 1.

Exercice 1 :

Répondre par vrai ou faux en justifiant :

- a) L'inverse de 4 est 0,25.
- b) Diviser par $\frac{1}{5}$ revient à multiplier par 5.
- c) $\frac{a}{b} \div \frac{b}{a} = 1$
- d) $7 \times (-2) - [-9 \times (-3 - 2) + 7] = -29$.
- e) Si a et b sont 2 nombres négatifs, alors $\frac{-a}{b}$ est positif.
- f) $\frac{\frac{2}{3}}{4} = \frac{2}{\frac{3}{4}}$
- g) Un produit de 15 facteurs dont 7 sont positifs est négatif.
- h) L'inverse de $-\pi$ est π .
- i) $\frac{-2}{3}$ et $\frac{3}{-2}$ sont deux nombres opposés.
- j) Les $\frac{3}{4}$ de mes économies sont égales à 150\$. J'ai économisé alors 112,5 \$.
- k) Dans un triangle, les 3 médianes sont concourantes en un point appelé l'orthocentre du triangle.
- l) Le produit de la somme de $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{6}$ par le quotient de $\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{6}$ est égale à $\frac{\frac{4}{3}}{\frac{16}{9}}$

Exercice 2:

a) Effectuer et réduire s'il y a lieu :

$$A = \frac{\frac{2}{5} - \frac{1}{2} \div \frac{3}{4}}{\frac{2}{8} + \frac{3}{2} \times \frac{8}{9}}$$

b) Sachant que $a = \frac{8}{5}$, $b = \frac{-15}{6}$ et $c = \frac{-2}{5}$,

Calculer l'expression $A = \frac{abc}{\frac{-2}{7}}$

Exercice 3 :

On sait que $\frac{ab}{3} < 0$; $\frac{-b}{2} > 0$ et $\frac{3c}{-2a} > 0$.

Quel est alors le signe de a, b et c ? justifier

Exercice 4 :

a) Kamil repeint sa maison. Le lundi il en peint le quart, le mardi il en peint les $\frac{2}{5}$ de ce qui reste ; pendant les 3 jours suivants, il décide de peindre la même surface chaque jour pour terminer avant le weekend.

Quelle fraction de surfaces doit-il peindre chaque jour pendant ces 3 derniers jours ?

b) Sachant que les 3 derniers jours, il a peint chaque jour 18 m^2 .

Quelle était la surface totale à peindre ?

Exercice 5 :

On donne :

$$A(x) = 2x^2 - 8x + 8 - (4 - 2x)(x + 1)$$

$$B(x) = (-3x + 6)^2 - x^2 + 4$$

1) Développer, réduire et ordonner B(x).

2) Ecrire A(x) sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.

3) Démontrer que $B(x) = 4(x - 2)(2x - 5)$.

4) Résoudre :

- $A(x) = 0$
- $B(x) = 40$

5) Soit $H(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$

a) Pour quelles valeurs de x, H(x) est-elle définie ?

b) Simplifier H(x).

c) Résoudre $H(x) = -2$

Exercice 6 :

Tracer le cercle C(O ; 4 cm)

Soit [CD] un diamètre de ce cercle et B un point de ce cercle tel que $\widehat{OCB} = 60^\circ$

Soit L le symétrique de B par rapport à O. La parallèle à (BC) passant par O coupe (BD) en A .

La perpendiculaire à (OC) passant par B coupe (OC) en H.

a) Que représente (HB) pour le segment [OC]

b) Quelle est la nature du triangle BCD ? Calcule son périmètre.

c) Quelle est la nature du quadrilatère CBDL ? Justifier

d) Démontrer que B, H, O et A appartiennent à un même cercle dont on déterminera le rayon.

e) Démontrer que $OH = OA$.

f) Calculer l'aire du triangle OHB.

Fiche 2.

Exercice 1 :

On donne :

$$A = \frac{4 - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{3,5 - 3}{\frac{1}{2}} \right)^{20}$$

$$B = \frac{2,1 \times 10^4 \times 10^{-5}}{3 \times 10^2}$$

- Démontrer que A est un entier.
- Ecrire B en notation scientifique.

Exercice 2 :

On donne :

$$A = \frac{\frac{1}{7} - \frac{8}{5} \times \frac{35}{16}}{8 + 4 \times \frac{2}{14}} \quad \text{et} \quad B = \frac{1,8 \times 50 \times (2,1)^2 \times 10^{-3}}{0,09 \times (0,12)^2}$$

- Calculer A et donner la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.
- Simplifier B.

Exercice 3 :

Un triangle KLM est tel que :

$$KL = \sqrt{50} - 3\sqrt{8} + 2\sqrt{2}$$

$$LM = \sqrt{100} - 5\sqrt{4} + \sqrt{2}$$

$$KL = 2\sqrt{32} - 2\sqrt{18} - \sqrt{2}$$

Quelle est la nature de ce triangle ? Justifier votre réponse.

Exercice 4 :

$$\text{Soit } A = (9x + 2)^2 - (5x + 1)(18x + 4) + 81x^2 - 4$$

$$B = 81x^2 + 36x + 4$$

- Développer, réduire et ordonner A.
- Factoriser A et B.
- Résoudre $A = 2B$
- Soit $F = \frac{A}{B}$
 - Pour quelles valeurs de x, F est-elle définie ?
 - Simplifier F.
 - Résoudre $F = -3$

Exercice 5 :

Sam a le triple de l'âge de Joe. Dans 6 ans, ils auront à eux deux 32 ans.
 Trouver l'âge de Sam et celui de Joe.

Exercice 6 :

Question 5 : (6 pts)

(C) est un cercle de centre O de diamètre $AB = 6$ cm. Soit D, un point de ce cercle.

- Reproduire et compléter la figure.
- Montrer que (AD) est perpendiculaire à (DB) .
- La perpendiculaire à (BD) en B coupe la
 parallèle à (AB) passant par D en C.

Montrer que ABCD est un parallélogramme.

- Soit $[BI]$ la médiane relative à $[DC]$.

Montrer que DIBO est un losange.

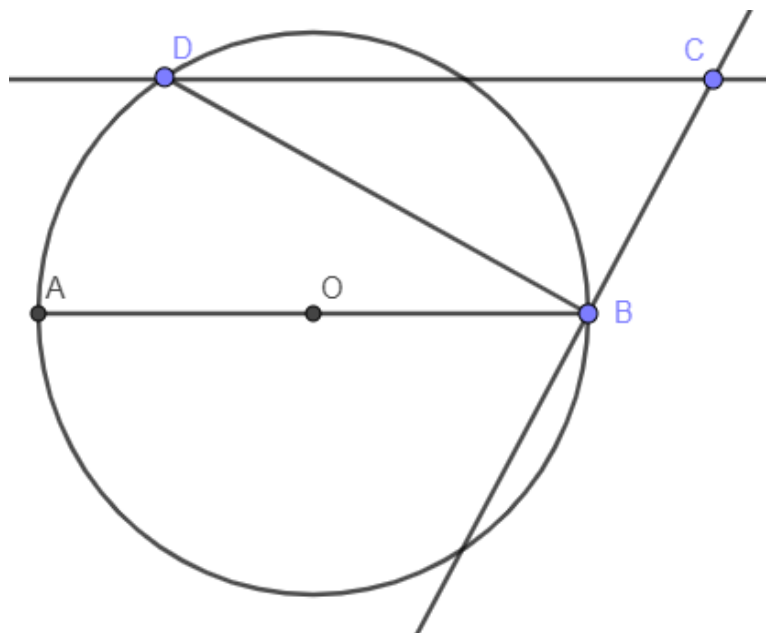
- Soit E le symétrique de B par rapport à I.

Démontrer que DBCE est un rectangle.

- Démontrer que (OI) est perpendiculaire à (CE) .

- Déduire que D est le milieu de $[EA]$.

- Expliquer pourquoi l'aire de DECB est le double de l'aire du triangle ADB ?



Fiche 3.

Exercice 1 :

Répondre par vrai ou faux en justifiant votre réponse :

- a) La somme des opposés de deux nombres a et b est égale à l'opposé de la somme de ces deux nombres.
- b) Si PAS est un triangle rectangle en P tel que : PS=12 cm et SA=13cm, alors PA= 11cm.
- c) $\sqrt{\sqrt{16}} = 4$
- d) $x^2 - 9 = 0$ pour $x = 3$

Exercice 2 :

Soit $A = x^2 + 14x + 49 + 3x(x + 7) - (x - 4)(2x + 14)$

$B = x^2 - 49 + (3x + 1)(x + 7)$

- 5) Développer, réduire et ordonner A.
- 6) Factoriser A et B.
- 7) Calculer la valeur numérique de A pour x=0 et de B pour x= -7
- 8) Résoudre $A = -2B$
- 9) Soit $F = \frac{A}{B}$
 - d) Pour quelles valeurs de x, F est-elle définie ?
 - e) Simplifier F.
 - f) Résoudre $F = -\frac{1}{3}$

Exercice 3 :

ABCD est un rectangle, la diagonale [AC] vaut $2x+3$ et AB vaut $x+3$, l'unité étant le cm et x un nombre strictement positif.

- 1) Exprimer BC^2 en fonction de x.
- 2) Déterminer AC, AB et BC lorsque x=1.

Exercice 4 :

On donne :

$$A = 5\sqrt{27} + 3\sqrt{108} - 4\sqrt{75}$$

$$B = \sqrt{120} \times 3\sqrt{45}$$

Simplifier A et B.

Exercice 5 :

Tracer un cercle C (O ;5cm) et de diamètre [AB], C est un point de ce cercle tel que AC=8cm.

La parallèle à (BC) passant par O coupe [AC] en I.

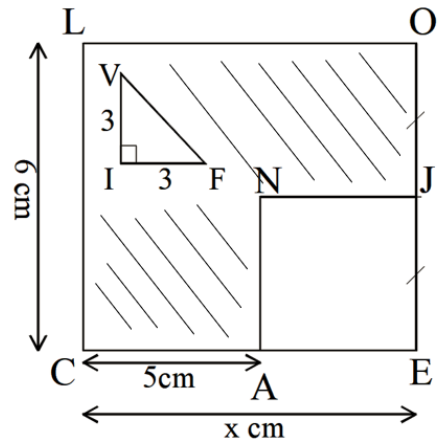
- a) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.

- b) Calculer BC.
- c) Que représente I pour [AC] ? Expliquer.
- d) Calculer OI de deux façons différentes.
- e) Les tangentes en A et C à ce cercle se coupent en D.
Démontrer que C, A, O et D appartiennent à un même cercle que l'on déterminera.
- f) (BI) coupe (CO) en K.
Démontrer que (AK) coupe [BC] en son milieu J.
- g) Calculer IJ.
- h) Calculer l'aire du triangle OAI et celle du triangle ABC.

Exercice 6 :

Dans la figure ci-contre : CLOE et JEAN sont deux rectangles. VIF est un triangle rectangle isocèle en I. A est un point de [EC] et J un point de [OE] tel que J est le milieu de [OE]

- a) Exprimer la longueur du segment [AE] en fonction de x.
- b) Trouver l'aire de la partie hachurée en fonction de x.



Exercice 7 :

On donne l'expression suivante :

$$A(x) = (x - 3)^2 - (2x + 5)(3 - x)$$

- a) Développer , réduire et ordonner $A(x)$
- b) Factoriser $A(x)$
- c) Calculer $A(-1)$

Exercice 8 :

Tracer le parallélogramme KLMN tel que $KL = 6\text{cm}$, $KM = 8\text{cm}$ et $LN = 10\text{cm}$

Fiche 4.

Exercice 1:

Ecrire le plus simplement possible :

$$A = \frac{1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{9}{2}}{-2^2 \times \frac{9}{2} - \frac{4}{5}}$$

$$B = \frac{1,2 \times 25^2 \times 10^{-4}}{0,015 \times 10^5}$$

$$C = [-5^2 + (3 - 4 \times 0,25)^3] \div [-2 \times (4 - 3)^2]$$

Exercice 2 :

On donne les trois nombres :

$$A = 2\sqrt{45} + \sqrt{81} - 3\sqrt{20} + 2$$

$$B = 3\sqrt{225} - \sqrt{625}$$

$$C = (2\sqrt{3} - 1)^2 - (3\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} - 5) + 4\sqrt{3}$$

a) Simplifier A.

b) Montrer que B = C

Exercice 3 :

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule réponse est exacte ; la choisir **en justifiant** :

N °	Questions	A	B	C
1	L'équation $-3x^2 = -75$	N'admet pas de solutions réelles	Admet une solution x=5	Admet 2 solutions réelles
2	Les nombres $\sqrt{3} + 2$ et $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ sont	égaux	opposés	inverses

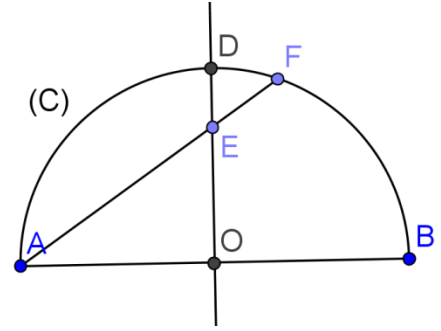
Exercice 4 :

Dans la figure ci-contre, (C) est un demi-cercle de diamètre [AB] de centre O de rayon 6cm.

La médiatrice de [AB] coupe (C) en D.

E est un point de [OD] tel que OE = 4cm.

(AE) coupe (C) en F.



- 1) Reproduire et compléter la figure.
- 2) Calculer AE.
- 3) Quelle est la nature du triangle AFB ? Justifier.
- 4) (BF) coupe (OD) en K et (BE) coupe (AK) en I.
 - a) Démontrer que (BE) est perpendiculaire à (AK) .
 - b) Dédire que I est un point de (C) .
- 5) On trace la droite (T) tangente en A au cercle (C) . La droite (BE) coupe la droite (T) en S.
 - a) Démontrer que E milieu de [BS].
 - b) Vérifier que $BS = 4\sqrt{13}$ cm.

Exercice 5 :

On donne les polynômes :

$$A(x) = 2x^2 - 4x + 2 + (1 - x)(2x - 3) - (x^2 - 1)$$

$$\text{et } B(x) = 4(2x + 1)^2 - 9(x - 3)^2$$

- 1) Développer, réduire et ordonner $B(x)$.
- 2) Factoriser $A(x)$ et montrer que $B(x)$ s'écrit sous la forme $B(x) = 7(x + 11)(x - 1)$.
- 3) Résoudre : a) $A(x) = B(x)$
b) $B(x) = -77$.
- 4) Soit $F(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$
 - a) Pour quelles valeurs de x , $F(x)$ est-elle définie ?
 - b) Simplifier $F(x)$.
 - c) Calculer $F(-\sqrt{2})$ et écrire la réponse sous la forme $a\sqrt{2} + b$ où a et b sont deux réels.
 - d) Résoudre $F(x) = \frac{-1}{3}$

Fiche 5.

Exercice 1 :

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule réponse est exacte ; la choisir en justifiant:

N °	Questions	A	B	C
1	Un triangle ABC est tel que AC=10cm ; AB=6cm et BC=8cm. Alors ABC est un triangle	Rectangle en A	Rectangle en B	Rectangle en C
2	KLM est un triangle tel que $\widehat{K} = x$; $\widehat{L} = 2x$ et $\widehat{M} = 3x$. Alors KLM est un triangle	Rectangle	Isocèle	Semi- équilatéral
3	$\left(\frac{4}{3}x - 2\right)\left(\frac{4}{3}x + 2\right) =$	$\frac{4}{3}x^2 - 4$	$\frac{16}{9}x^2 - 4$	$\left(\frac{4}{3}x - 2\right)^2$
4	STU est un triangle rectangle en S, avec M milieu de [TU]. Sachant que TU=10cm, alors SM=	3cm	5cm	10cm

Exercice 2:

On donne les polynômes :

$$A(x) = 2x^2 - 4x + 2 - (x - 1)(2x - 3) - (x^2 - 1)$$

$$B(x) = 4(2x + 1)^2 - 9(x - 3)^2$$

5) Développer , réduire et ordonner B(x).

6) Factoriser A(x) et montrer par une factorisation que $B(x) = 7(x + 11)(x - 1)$.

7) Résoudre $A(x) = B(x)$

8) Soit $F(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$

a) Pour quelles valeurs de x, F(x) est-elle définie ?

b) Simplifier $F(x)$.

c) Résoudre $F(x) = \frac{-1}{3}$

Exercice 3 :

Pour un enfant, une place de cinéma coûte 5\$, alors que le prix normal pour un adulte est 7\$.

La recette pour 80 personnes a été 510\$.

Combien y a-t-il d'enfants parmi ces 80 personnes.

Exercice 4 :

Dans la figure ci-contre, ABCD est un rectangle
et GFED est un carré tels que :

$AB = 2x+1$, $BC = 2x-1$ et $GD = x$,

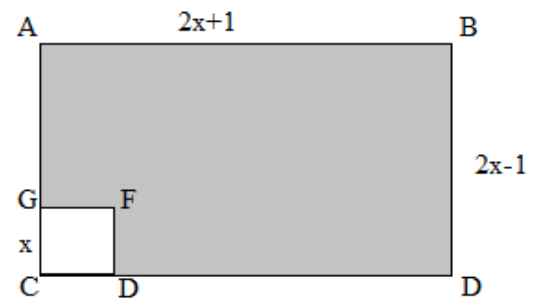
où x est une longueur supérieure à 1 cm,

x étant exprimé en cm.

1) Exprimer en fonction de x , l'aire de la partie colorée $A_{colorée}$.

2) Calculer x lorsque $A_{colorée}$ est égale à 26 cm^2 .

En déduire , dans ce cas , l'aire du rectangle.



Exercice 5 :

Construire le parallélogramme KLMN tel que $KL=6 \text{ cm}$, $KM = 8 \text{ cm}$ et $LN= 10\text{cm}$. (Il n'est pas demandé de rédiger les étapes de construction).

Exercice 6:

ABC est un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ACB} = 60^\circ$.

Soit D le symétrique de C par rapport à A.

La bissectrice de $\widehat{BDC}$ coupe (AB) en E et (BC) en O.

Soit F le symétrique de D par rapport à O.

1) Montrer que le triangle BCD est équilatéral.

2) Quelle est la nature de BFCD ? Justifier votre réponse.

3) (AO) coupe (BF) en I.

Comparer les deux triangles ACO et BOI.

4) a) Quelle est la nature du quadrilatère ABIC ?

b) En déduire que I est le milieu de [BF].

BONNES VACANCES.